



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 4

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน รหัสวิชา ค32102

หน่วยการเรียนรู้เรื่อง ลำดับและอนุกรม

เรื่อง ลำดับเรขาคณิต

ภาคเรียนที่ 2

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

เวลา 6 ชั่วโมง

1. มาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด

ค 1.2 ม.5/2 เข้าใจและนำความรู้เกี่ยวกับลำดับและอนุกรมไปใช้

2. สาระการเรียนรู้

ลำดับเรขาคณิต

3. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

ลำดับเรขาคณิต(geometric sequence) คือ ลำดับที่มีอัตราส่วนของพจน์ที่ $n + 1$ ต่อพจน์ที่ n เป็นค่าคงตัวที่เท่ากันสำหรับทุกจำนวนจริงบวก n และเรียกค่าคงตัวที่เป็นอัตราส่วนนี้ว่าอัตราส่วนร่วม(common ratio)

4. จุดประสงค์การเรียนรู้

4.1 ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

- 4.1.1 บอกความหมายของลำดับเรขาคณิตได้
- 4.1.2 หาพจน์ของลำดับเรขาคณิตจากลำดับที่กำหนดได้
- 4.1.3 หาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิตได้
- 4.1.4 นำลำดับเรขาคณิตไปใช้แก้โจทย์ที่กำหนดให้ได้
- 4.1.5 นำลำดับเรขาคณิตไปใช้แก้สถานการณ์ที่กำหนดให้ได้

4.2 ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถ

- 4.2.1 ให้เหตุผลในการบอกความหมายของลำดับเรขาคณิตได้
- 4.2.2 ใช้การแก้ปัญหาคำถามที่กำหนดให้โดยใช้ลำดับเรขาคณิตได้
- 4.2.3 ใช้การเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ที่กำหนดให้โดยใช้ลำดับเรขาคณิตได้

4.2.4 ใช้การคิดสร้างสรรค์เพื่อแก้ปัญหาจากสถานการณ์ที่กำหนดให้โดยใช้ลำดับเรขาคณิตได้

4.2.5 ใช้การสื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ในการนำเสนอพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิตได้

4.3 ด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์ นักเรียนเป็นผู้ที่

4.3.1 ซื่อสัตย์สุจริต

4.3.2 มีวินัย

4.3.3 ใฝ่เรียนรู้

4.3.4 มุ่งมั่นในการทำงาน

4.4 ด้านสมรรถนะสำคัญของนักเรียน นักเรียนเป็นผู้ที่

4.4.1 ใช้ความสามารถในการสื่อสารในการนำเสนอความหมายของลำดับเรขาคณิตได้

4.4.2 ใช้ความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์ที่กำหนดให้โดยใช้ลำดับเรขาคณิตได้

4.4.3 ใช้ความสามารถในการคิดเพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์ที่กำหนดให้โดยใช้ลำดับเรขาคณิตได้

4.4.4 สามารถใช้ทักษะชีวิตในการทำกิจกรรมกลุ่มในชั้นเรียนได้

5. เนื้อหา/สาระ

ลำดับเรขาคณิต

พิจารณาลำดับ 2, 6, 18, 54, 162 จะเห็นว่าได้จากการคูณพจน์ก่อนหน้าที่อยู่ติดกันด้วย 3 หรือ

อัตราส่วนของพจน์หลังต่อพจน์หน้าที่อยู่ติดกันเป็นค่าคงตัวเท่ากับ 3 เสมอ นั่นคือ $\frac{6}{2} = \frac{18}{6} = \frac{54}{18} =$

$\frac{162}{54} = 3$ เรียกลำดับที่มีสมบัติเช่นนี้ว่า ลำดับเรขาคณิต

บทนิยาม ลำดับเรขาคณิต(geometric sequence) คือ ลำดับที่มีอัตราส่วนของพจน์ที่ $n + 1$ ต่อพจน์ที่ n เป็นค่าคงตัวที่เท่ากันสำหรับทุกจำนวนจริงบวก n และเรียกค่าคงตัวที่เป็นอัตราส่วนนี้ว่า อัตราส่วนร่วม(common ratio)

จากบทนิยาม ลำดับ $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ จะเป็นลำดับเลขคณิต ก็ต่อเมื่อ มีค่าคงตัว r ที่

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = r \text{ สำหรับทุกจำนวนเต็มบวก } n$$

ตัวอย่างที่ 1

- | | |
|---------------------------------------|--------------------------------------------------------|
| 1) 1, 2, 4, 8, ... , 2^{n-1} , ... | เป็นลำดับเรขาคณิตที่มี 2 เป็นอัตราส่วนร่วม |
| 2) -1, 1, -1, 1, ... , $(-1)^n$, ... | เป็นลำดับเรขาคณิตที่มี -1 เป็นอัตราส่วนร่วม |
| 3) 16, 8, 4, 2, ... | เป็นลำดับเรขาคณิตที่มี $\frac{1}{2}$ เป็นอัตราส่วนร่วม |
| 4) -1, 4, -16, 64, -256, ... | เป็นลำดับเรขาคณิตที่มี -4 เป็นอัตราส่วนร่วม |
| 5) 24, 12, 6, 3, 1, ... | ไม่เป็นลำดับเรขาคณิตเพราะมีอัตราส่วนร่วมไม่เท่ากัน |
| 7) 3, 6, 12, 20, 24, ... | ไม่เป็นลำดับเรขาคณิตเพราะมีอัตราส่วนร่วมไม่เท่ากัน |

นอกจากนี้ยังสามารถกำหนดลำดับเรขาคณิต $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ ได้ดังนี้

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = r \text{ สำหรับทุกจำนวนเต็มบวก } n \text{ จะได้ว่า } a_{n+1} = a_n r$$

ให้ a_1 และ r เป็นค่าคงตัว จะได้

$$\begin{aligned} a_1 & \\ a_2 &= a_1 r \\ a_3 &= a_2 r = (a_1 r) r = a_1 r^2 \\ a_4 &= a_3 r = (a_1 r^2) r = a_1 r^3 \\ a_5 &= a_4 r = (a_1 r^3) r = a_1 r^4 \\ &\vdots \\ &\vdots \\ a_n &= a_{n-1} r = (a_1 r^{n-2}) r = a_1 r^{n-1} \end{aligned}$$

ดังนั้น พจน์ที่ n ของลำดับเรขาคณิต คือ

$$a_n = a_1 r^{n-1} \text{ เมื่อ } a_1 \text{ เป็นพจน์แรก และ } r \text{ เป็นอัตราส่วนร่วมของลำดับเรขาคณิต}$$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาพจน์ที่ 3, 4, 5 และ 6 ของลำดับเรขาคณิต ที่มีพจน์แรกเท่ากับ 3 และอัตราส่วนร่วมเท่ากับ 5

วิธีทำ วิธีที่ 1 ใช้สูตร $a_n = a_1 r^{n-1}$ จากโจทย์ $a_1 = 3$ และ $r = 5$

$$\text{จะได้ } a_3 = (3)5^{3-1} = (3)5^2 = 75$$

$$a_4 = (3)5^{4-1} = (3)5^3 = 375$$

$$a_5 = (3)5^{5-1} = (3)5^4 = 1,875$$

$$a_5 = (3)5^{6-1} = (3)5^5 = 9,375$$

วิธีที่ 2 ใช้สูตร $a_n = a_1 r^{n-1}$ เพียงครั้งเดียว จากโจทย์ $a_1 = 3$ และ $r = 5$

จะได้ $a_3 = (3)5^{3-1} = (3)5^2 = 75$

$$a_4 = a_3 r = (75)(5) = 375$$

$$a_5 = a_4 r = (375)(5) = 1,875$$

$$a_6 = a_5 r = (1,875)(5) = 9,375$$

ดังนั้น พจน์ที่ 3, 4, 5 และ 6 ของลำดับเรขาคณิต ที่มีพจน์แรกเท่ากับ 3 และอัตราส่วนร่วมเท่ากับ 5 คือ 75, 375, 1,875 และ 9,375 ตามลำดับ

ตัวอย่างที่ 3 จงหา 5 พจน์แรกของลำดับเรขาคณิตที่มี $\frac{3}{4}$ เป็นพจน์แรก และ 4 เป็นอัตราส่วนร่วม

วิธีทำ **วิธีที่ 1** ใช้สูตร $a_n = a_1 r^{n-1}$ จากโจทย์ $a_1 = \frac{3}{4}$ และ $r = 4$

จะได้ $a_2 = (\frac{3}{4})4^{2-1} = (\frac{3}{4})(4) = 3$

$$a_3 = (\frac{3}{4})4^{3-1} = (\frac{3}{4})4^2 = 12$$

$$a_4 = (\frac{3}{4})4^{4-1} = (\frac{3}{4})4^3 = 48$$

$$a_5 = (\frac{3}{4})4^{5-1} = (\frac{3}{4})4^4 = 144$$

วิธีที่ 2 ใช้สูตร $a_n = a_1 r^{n-1}$ เพียงครั้งเดียว จากโจทย์ $a_1 = \frac{3}{4}$ และ $r = 4$

$$a_2 = a_1 r = (\frac{3}{4})(4) = 3$$

$$a_3 = a_2 r = (3)(4) = 12$$

$$a_4 = a_3 r = (12)(4) = 48$$

$$a_5 = a_4 r = (48)(4) = 144$$

ดังนั้น 5 พจน์แรกของลำดับเรขาคณิตที่มี $\frac{3}{4}$ เป็นพจน์แรก และ 4 เป็นอัตราส่วนร่วม

คือ $\frac{3}{4}$, 3, 12, 48 และ 144 ตามลำดับ

ตัวอย่างที่ 4 จงหาพจน์ที่ 6 ของลำดับเรขาคณิต 4, 20, 100, ...

วิธีทำ จากโจทย์กำหนดจะได้ $a_1 = 4$ และ $r = \frac{20}{4} = 5$

และ $a_n = a_1 r^{n-1}$

$$\begin{aligned}
 \text{จะได้} \quad a_6 &= (4)5^{6-1} \\
 &= (4)5^5 \\
 &= (4)(3,125) \\
 &= 12,500
 \end{aligned}$$

ดังนั้น พจน์ที่ 6 ของลำดับเรขาคณิต 4, 20, 100, ... คือ 12,500

ตัวอย่างที่ 5 ถ้าลำดับเรขาคณิตมี $a_1 = 12$ และ $a_2 = 24$ จงหาพจน์ที่ 7 ของลำดับนี้

วิธีทำ จากโจทย์กำหนด $a_1 = 12$ และ $a_2 = 24$ จะได้ อัตราส่วนร่วม คือ $r = \frac{24}{12} = 2$

$$\begin{aligned}
 \text{จาก } a_n &= a_1 r^{n-1} \text{ จะได้} \\
 a_7 &= (12)2^{7-1} \\
 &= (12)2^6 \\
 &= (12)(64) \\
 &= 768
 \end{aligned}$$

ดังนั้น พจน์ที่ 7 ของลำดับนี้ คือ 768

ตัวอย่างที่ 6 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต 8, 16, 32, 64, ...

วิธีทำ จากลำดับเรขาคณิต 8, 16, 32, 64, ... จะได้ $a_1 = 8$ และ $r = \frac{16}{8} = 2$

$$\begin{aligned}
 \text{และจาก } a_n &= a_1 r^{n-1} \text{ จะได้} \\
 a_n &= (8)2^{n-1} \\
 &= (2^3)2^{n-1} \\
 &= 2^{n-1+3} \\
 &= 2^{n+2}
 \end{aligned}$$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต 8, 16, 32, 64, ... คือ 2^{n+2}

ตัวอย่างที่ 7 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต 18, 6, 2, $\frac{2}{3}$, ...

วิธีทำ จากลำดับเรขาคณิต 18, 6, 2, $\frac{2}{3}$, ... จะได้ $a_1 = 18$ และ $r = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$

$$\begin{aligned}
 \text{และจาก } a_n &= a_1 r^{n-1} \text{ จะได้} \\
 a_n &= (18)\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} \\
 &= (18)3^{-n+1} \\
 &= (2 \cdot 9)3^{-n+1}
 \end{aligned}$$

$$= (2 \cdot 3^2)3^{-n+1}$$

$$= 2 \cdot 3^{-n+3}$$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต 18, 6, 2, $\frac{2}{3}$, ... คือ $2 \cdot 3^{-n+3}$

ตัวอย่างที่ 8 จงหาพจน์แรกของลำดับเรขาคณิตมีพจน์ที่ 4 เป็น 9 และพจน์ที่ 9 เป็น 2,187

วิธีทำ จากโจทย์พจน์ที่ 4 คือ 9 และพจน์ที่ 9 คือ 2,187 จะได้ $a_4 = 9$ และ $a_9 = 2,187$

$$\text{จาก } a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$\text{จะได้ } 9 = a_1 r^{4-1}$$

$$9 = a_1 r^3 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{และ } 2,187 = a_1 r^{9-1}$$

$$2,187 = a_1 r^8 \quad \dots\dots\dots(2)$$

จาก (2) \div (1) จะได้

$$\frac{2,187}{9} = \frac{a_1 r^8}{a_1 r^3}$$

$$r^5 = 243$$

$$r = 3$$

และ แทนค่า $r = 3$ ใน (1) จะได้

$$9 = a_1 (3)^3$$

$$a_1 = \frac{9}{27} = \frac{1}{3}$$

ดังนั้น พจน์แรกของลำดับเรขาคณิตมีพจน์ที่ 4 คือ 9 และพจน์ที่ 9 คือ 2,187 คือ $\frac{1}{3}$

ตัวอย่างที่ 9 ถ้า 6 และ 24 เป็นพจน์สองพจน์ของลำดับเรขาคณิตที่มีพจน์อีกพจน์อยู่ระหว่างพจน์ทั้งสองนี้ จงหาพจน์ที่อยู่ระหว่างพจน์ทั้งสองพจน์นี้ที่เป็นไปได้ทั้งหมด

วิธีทำ ให้ a เป็นพจน์ที่อยู่ระหว่าง 6 และ 24 จะได้ 6, a , 24 เป็นลำดับเรขาคณิต

$$\text{จะได้ อัตราส่วนร่วมคือ } \frac{a}{6} \text{ และ } \frac{24}{a}$$

เนื่องจาก 6, a , 24 เป็นลำดับเรขาคณิต

$$\text{จะได้ } \frac{a}{6} = \frac{24}{a}$$

$$a^2 = 144$$

นั่นคือ $a = 12$ หรือ $a = -12$

ดังนั้น พจน์ที่อยู่ระหว่าง 6 และ 24 คือ 12 หรือ -12

ตัวอย่างที่ 10 จงหา a , b และ c ของลำดับเรขาคณิต 8, a , b , c , $\frac{1}{2}$, ...

วิธีทำ จาก ลำดับเรขาคณิต 8, a , b , c , $\frac{1}{2}$, ... จะได้ $a_1 = 8$, $a_5 = \frac{1}{2}$ และ $n = 5$

เนื่องจาก $a_n = a_1 r^{n-1}$

จะได้ $\frac{1}{2} = (8)r^{5-1}$

$$\frac{1}{16} = r^4$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^4 = r^4$$

นั่นคือ $r = \frac{1}{2}$ หรือ $r = -\frac{1}{2}$

ดังนั้น เมื่ออัตราส่วนร่วมเป็น $\frac{1}{2}$ จะได้ a , b และ c คือ $(8)\left(\frac{1}{2}\right)^1$, $(8)\left(\frac{1}{2}\right)^2$, $(8)\left(\frac{1}{2}\right)^3$
หรือ 4, 2, 1 ตามลำดับ

และ เมื่ออัตราส่วนร่วมเป็น $-\frac{1}{2}$ จะได้ a , b และ c คือ $(8)\left(-\frac{1}{2}\right)^1$, $(8)\left(-\frac{1}{2}\right)^2$, $(8)\left(-\frac{1}{2}\right)^3$
หรือ -4, 2, -1 ตามลำดับ

ตัวอย่างที่ 11 ในเมืองหนึ่งมีประชากรอาศัยอยู่ 100,000 คน ถ้าจำนวนประชากรในเมืองนี้เพิ่มขึ้น 2% ทุกปี ใน 10 ปีข้างหน้า จะมีจำนวนประชากรในเมืองนี้ประมาณกี่คน

วิธีทำ พิจารณาประชากร 2 ปีแรก ดังนี้

ปีที่ 1 ประชากรอาศัยอยู่ 100,000 คน

ปีที่ 2 ประชากรเดิม + ประชากรที่เพิ่ม

$$100,000 + 100,000(0.02)$$

$$= 100,000(1 + 0.02)$$

ปีที่ 3 ประชากรเดิม + ประชากรที่เพิ่ม

$$100,000(1 + 0.02) + 100,000(1 + 0.02)(0.02)$$

$$= 100,000(1.02)(1 + 0.02)$$

$$= 100,000(1.02)(1.02)$$

$$= 100,000(1.02)^2$$

จะเห็นว่าเมื่อนำจำนวนประชากรในแต่ละปีเขียนเรียงตามลำดับ จะเป็นลำดับเรขาคณิตที่มี 1.02 เป็นอัตราส่วนร่วม ดังนี้

$$100,000, 100,000(1.02), 100,000(1.02)^2, \dots$$

ดังนั้นจำนวนประชากรเมื่อครบปีที่ 10 คือพจน์ที่ 11 ของลำดับนี้

$$\text{จาก } a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } a_{11} &= 100,000(1.02)^{11-1} \\ &= 100,000(1.02)^{10} \\ &\approx 100,000(1.218994) \\ &\approx 121,899 \end{aligned}$$

นั่นคือ ในอีก 10 ข้างหน้าเมืองนี้ จะมีจำนวนประชากรในเมืองประมาณ 121,899 คน

6. การวัดและการประเมินผล

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การผ่าน
ด้านความรู้ บอกความหมายของลำดับเรขาคณิตได้	- ตรวจแบบฝึกหัด 3 “ลำดับเรขาคณิต” ข้อ 1 - การทำแบบทดสอบเก็บคะแนนหลังเรียนครั้งที่ 3 ข้อ 1 - ข้อ 2	- แบบฝึกหัด 3 “ลำดับเรขาคณิต” - แบบทดสอบเก็บคะแนนหลังเรียนครั้งที่ 3 - แบบประเมินผลด้านความรู้	- ทำแบบฝึกหัด 3 “ลำดับเรขาคณิต” ข้อ 1 ได้ถูกต้องไม่น้อยกว่าร้อยละ 60 - ทำแบบทดสอบเก็บคะแนนหลังเรียนครั้งที่ 3 ข้อ 1 - ข้อ 2 ถูกต้องไม่น้อยกว่าร้อยละ 60
หาพจน์ของลำดับเรขาคณิตจากลำดับที่กำหนดได้	- ตรวจแบบฝึกหัด 3 “ลำดับเรขาคณิต” ข้อ 2 และข้อ 3 - ทำแบบทดสอบเก็บคะแนนหลังเรียนครั้งที่ 3 ข้อ 3 - ข้อ 4	- แบบฝึกหัด 3 “ลำดับเรขาคณิต” - แบบทดสอบเก็บคะแนนหลังเรียนครั้งที่ 3 - แบบประเมินผลด้านความรู้	- ทำแบบฝึกหัด 3 “ลำดับเรขาคณิต” ข้อ 2 และข้อ 3 ได้ถูกต้องไม่น้อยกว่าร้อยละ 60 - ทำแบบทดสอบเก็บคะแนนหลังเรียนครั้งที่ 3 ข้อ 3 - ข้อ 4 ถูกต้องไม่น้อยกว่าร้อยละ 60

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การผ่าน
หาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิตได้	<ul style="list-style-type: none"> - ตรวจแบบฝึกหัด 3 “ลำดับเรขาคณิต” ข้อ 4 - ทำแบบทดสอบเก็บคะแนนหลังเรียนครั้งที่ 3 ข้อ 5 - ข้อ 6 	<ul style="list-style-type: none"> - แบบฝึกหัด 3 “ลำดับเรขาคณิต” - แบบทดสอบเก็บคะแนนหลังเรียนครั้งที่ 3 - แบบประเมินผลด้านความรู้ 	<ul style="list-style-type: none"> - ทำแบบฝึกหัด 2 “ลำดับเรขาคณิต” ข้อ 4 ได้ถูกต้องไม่น้อยกว่าร้อยละ 60 - ทำแบบทดสอบเก็บคะแนนหลังเรียนครั้งที่ 2 ข้อ 3 - ข้อ 4 ถูกต้องไม่น้อยกว่าร้อยละ 60
นำลำดับเรขาคณิตไปใช้แก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่กำหนดให้ได้	<ul style="list-style-type: none"> - ตรวจแบบฝึกหัด 3 “ลำดับเรขาคณิต” ข้อ 5 - ข้อ 9 - ทำแบบทดสอบเก็บคะแนนหลังเรียนครั้งที่ 3 ข้อ 7 - ข้อ 8 	<ul style="list-style-type: none"> - แบบฝึกหัด 3 “ลำดับเรขาคณิต” - แบบทดสอบเก็บคะแนนหลังเรียนครั้งที่ 3 - แบบประเมินผลด้านความรู้ 	<ul style="list-style-type: none"> - ทำแบบฝึกหัด 3 “ลำดับเรขาคณิต” ข้อ 5 - ข้อ 9 ได้ถูกต้องไม่น้อยกว่าร้อยละ 80 - ทำแบบทดสอบเก็บคะแนนหลังเรียนครั้งที่ 2 ข้อ 7 - ข้อ 8 ถูกต้องไม่น้อยกว่าร้อยละ 60
นำลำดับเรขาคณิตไปใช้แก้สถานการณ์ที่กำหนดให้ได้	<ul style="list-style-type: none"> - ตรวจแบบฝึกหัด 3 “ลำดับเรขาคณิต” ข้อ 10 - ข้อ 12 - ทำแบบทดสอบเก็บคะแนนหลังเรียนครั้งที่ 2 ข้อ 9 - ข้อ 10 	<ul style="list-style-type: none"> - แบบฝึกหัด 3 “ลำดับเรขาคณิต” - แบบทดสอบเก็บคะแนนหลังเรียนครั้งที่ 3 - แบบประเมินผลด้านความรู้ 	<ul style="list-style-type: none"> - ทำแบบฝึกหัด 3 “ลำดับเรขาคณิต” ข้อ 10 - ข้อ 12 ได้ถูกต้องไม่น้อยกว่าร้อยละ 60 - ทำแบบทดสอบเก็บคะแนนหลังเรียนครั้งที่ 3 ข้อ 9 - ข้อ 10 ถูกต้องไม่น้อยกว่าร้อยละ 60

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การผ่าน
ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ให้เหตุผลในการบอกความหมายของลำดับเรขาคณิตได้	ทำเอกสารแนะแนวทางที่ 6 เรื่อง “ความหมายของลำดับเรขาคณิต”	- เอกสารแนะแนวทางที่ 6 เรื่อง “ความหมายของลำดับเรขาคณิต” - แบบประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์	นักเรียนให้เหตุผลในการบอกความหมายของลำดับเรขาคณิตได้ อยู่ในระดับดีขึ้นไป
ใช้การแก้ปัญหาโจทย์ที่กำหนดให้โดยใช้ลำดับเรขาคณิตได้	- ตรวจใบงานที่ 3 “การนำลำดับเรขาคณิตไปใช้แก้ปัญหาโจทย์”	- ใบงานที่ 3 “การนำลำดับเรขาคณิตไปใช้แก้ปัญหาโจทย์” - แบบประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์	นักเรียนใช้การแก้ปัญหาโจทย์ที่กำหนดให้โดยใช้ลำดับเรขาคณิตได้ อยู่ในระดับดีขึ้นไป
ใช้การเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ที่กำหนดให้โดยใช้ลำดับเรขาคณิตได้	ตรวจใบงานที่ 4 “การนำลำดับเรขาคณิตไปใช้แก้ปัญหาสถานการณ์”	- ใบงานที่ 4 “การนำลำดับเรขาคณิตไปใช้แก้ปัญหาสถานการณ์” - แบบประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์	นักเรียนใช้การเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ที่กำหนดให้โดยใช้ลำดับเรขาคณิตได้อยู่ในระดับดีขึ้นไป
ใช้การคิดสร้างสรรค์เพื่อแก้ปัญหาจากสถานการณ์ที่กำหนดให้โดยใช้ลำดับเรขาคณิตได้	ตรวจใบงานที่ 4 “การนำลำดับเรขาคณิตไปใช้แก้ปัญหาสถานการณ์”	- ใบงานที่ 4 “การนำลำดับเรขาคณิตไปใช้แก้ปัญหาสถานการณ์” - แบบประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์	นักเรียนใช้การคิดสร้างสรรค์เพื่อแก้ปัญหาจากสถานการณ์ที่กำหนดให้โดยใช้ลำดับเรขาคณิตได้อยู่ในระดับดีขึ้นไป

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การผ่าน
ใช้การสื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ ในการนำเสนอพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิตได้	- ตรวจเอกสารแนะแนวทางที่ 7 “พจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต”	- เอกสารแนะแนวทางที่ 7 “พจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต” - แบบประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์	นักเรียนใช้การสื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ ในการนำเสนอความหมายของลำดับเรขาคณิต ได้อยู่ในระดับดีขึ้นไป
ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ ซื่อสัตย์สุจริต	การทำแบบทดสอบเก็บคะแนนหลังเรียนครั้งที่ 3	- แบบทดสอบเก็บคะแนนหลังเรียนครั้งที่ 3 - แบบประเมินผลด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์	นักเรียนมีความซื่อสัตย์สุจริต อยู่ในระดับดีขึ้นไป
มีวินัย	บันทึกการแต่งกาย	- แบบบันทึกการแต่งกาย - แบบประเมินผลด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์	นักเรียนมีวินัย อยู่ในระดับดีขึ้นไป
ใฝ่เรียนรู้	บันทึกการเข้าเรียน	- แบบบันทึกการเข้าเรียน - แบบประเมินผลด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์	นักเรียนใฝ่เรียนรู้ อยู่ในระดับดีขึ้นไป
มุ่งมั่นในการทำงาน	- การส่งแบบฝึกหัดที่ 3 “ลำดับเรขาคณิต”	- แบบฝึกหัดที่ 3 “ลำดับเรขาคณิต” - แบบประเมินผลด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์	นักเรียนมุ่งมั่นในการทำงาน อยู่ในระดับดีขึ้นไป

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การผ่าน
ด้านสมรรถนะสำคัญ of นักเรียน ใช้ความสามารถในการสื่อสารในการ นำเสนอความหมายของลำดับ เรขาคณิตได้	ตรวจเอกสารแนะ แนวทางที่ 6 “ความหมายของ ลำดับเรขาคณิต”	- เอกสารแนะ แนวทางที่ 6 “ความหมายของ ลำดับเรขาคณิต” - แบบประเมินผล ด้านสมรรถนะสำคัญ ของผู้เรียน	นักเรียนสามารถใช้ ความสามารถในการ สื่อสารในการ นำเสนอความหมาย ของลำดับเรขาคณิต ได้ อยู่ในระดับดีขึ้น ไป
ใช้ความสามารถในการแก้ปัญหา โจทย์ที่กำหนดให้โดยใช้ลำดับ เรขาคณิตได้	ตรวจใบงานที่ 3 “การนำลำดับ เรขาคณิตไปใช้ แก้ปัญหาโจทย์”	- ใบงานที่ 3 “การนำ ลำดับเรขาคณิตไปใช้ แก้ปัญหาโจทย์” - แบบประเมินผล ด้านสมรรถนะสำคัญ ของผู้เรียน	นักเรียนสามารถใช้ ความสามารถในการ แก้ปัญหาโจทย์ที่ กำหนดให้โดยใช้ ลำดับเรขาคณิตได้อยู่ ในระดับดีขึ้นไป
ใช้ความสามารถในการคิดเพื่อแก้ปัญหา สถานการณ์ที่กำหนดให้โดยใช้ลำดับ เรขาคณิตได้	ตรวจใบงานที่ 4 “การ นำลำดับเรขาคณิตไป ใช้แก้ปัญหา สถานการณ์”	- ใบงานที่ 4 “การนำ ลำดับเรขาคณิตไปใช้ แก้ปัญหาสถานการณ์” - แบบประเมินผลด้าน สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	นักเรียนสามารถใช้ ความสามารถในการ คิดเพื่อแก้ปัญหา สถานการณ์ที่ กำหนดให้โดยใช้ลำดับ เรขาคณิตได้อยู่ใน ระดับดีขึ้นไป
สามารถใช้ทักษะชีวิตในการทำกิจกรรม กลุ่มในชั้นเรียนได้	ตรวจการทำงานกลุ่ม	- แบบบันทึกการ ทำงานกลุ่ม - แบบประเมินผลด้าน สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	นักเรียนสามารถใช้ ทักษะชีวิตในการทำ กิจกรรมกลุ่มในชั้น เรียนได้อยู่ในระดับดี ขึ้นไป

7. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1

ขั้นเตรียม

7.1 ให้นักเรียนจัดกลุ่มละ 4 คนโดยมีนักเรียนเก่ง 1 คน ปานกลาง 2 คน และอ่อน 1 คน เพื่อให้นักเรียนได้ช่วยเหลือกัน และทบทวนเรื่อง ลำดับเลขคณิต ใช้สื่อโปรแกรม Power Point เรื่อง “ลำดับ” (ลำดับเลขคณิต) ใช้เวลาประมาณ 10 นาที

7.2 ครูพูดเกริ่นนำเกี่ยวกับเนื้อหาเรื่อง “ลำดับเรขาคณิต” กับนักเรียน โดย

ให้นักเรียนตอบคำถามโดยการสนทนาถามตอบระหว่างครูใช้เวลาประมาณ 10 นาที

ตัวอย่างคำถาม

- 1) นักเรียนเคยรู้จักหรือได้ยินคำว่า “ลำดับเรขาคณิต” หรือไม่อย่างไร
- 2) นักเรียนเคยรู้จักหรือได้ยินคำว่า “อัตราส่วนร่วม” หรือไม่อย่างไร
- 3) นักเรียนคิดว่าลำดับเรขาคณิตต่างกับลำดับเลขคณิตอย่างไร

ตัวอย่างคำตอบ

ข้อ 1)

- ไม่เคยรู้จักหรือได้ยิน
- เคยได้ยินรุ่นพี่หรือคนอื่น ๆ บอกลำดับเรขาคณิต เป็นลำดับที่มีอัตราส่วนร่วมเท่ากัน
- เคยเรียนพิเศษมา ลำดับเรขาคณิต เป็นลำดับที่มีอัตราส่วนร่วมเท่ากัน
- หรือคำตอบอื่น ๆ ที่นักเรียนแสดงความคิดเห็น

ข้อ 2)

- ไม่เคยรู้จักหรือได้ยิน
- เคยได้ยินรุ่นพี่หรือคนอื่น ๆ บอกอัตราส่วนร่วม คือนำจำนวนที่อยู่ติดกันของลำดับมาหารกัน
- เคยเรียนพิเศษมา อัตราส่วนร่วม คือนำพจน์ที่อยู่ติดกันมาหารกัน โดยนำพจน์หลังหารด้วยพจน์หน้า
- หรือคำตอบอื่น ๆ ที่นักเรียนแสดงความคิดเห็น

ข้อ 3)

- ต่างกัน ลำดับเลขคณิต มีผลต่างร่วม ส่วนลำดับเรขาคณิตมีอัตราส่วนร่วม
- หรือคำตอบอื่น ๆ ที่นักเรียนแสดงความคิดเห็น

ขั้นสอน

7.3 ครูแจกเอกสารแนะแนวทางที่ 6 “ความหมายของลำดับเรขาคณิต” ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันทำพร้อมให้นักเรียนศึกษาใบความรู้เรื่อง “ลำดับเรขาคณิต” ประกอบการทำเอกสารแนะแนวทาง ครูคอยสังเกตและให้คำปรึกษาเพิ่มเติม (ใช้เวลาประมาณ 20 นาที)

7.4 ครูแจกเอกสารแนะแนวทางที่ 7 “พจน์ทั่วไปของลำดับเลขคณิต” ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันทำพร้อมให้นักเรียนศึกษาใบความรู้เรื่อง “ลำดับเรขาคณิต” ประกอบการทำเอกสารแนะแนวทาง ครูคอยสังเกตและให้คำปรึกษาเพิ่มเติม (ใช้เวลาประมาณ 20 นาที)

ชั่วโมงที่ 2

ขั้นเปรียบเทียบหรือวิเคราะห์

7.5 ครูเฉลยเอกสารแนะแนวทางที่ 6 “ความหมายของลำดับเรขาคณิต” และเอกสารแนะแนวทางที่ 7 “พจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต” ให้นักเรียนได้เปรียบเทียบและวิเคราะห์ พร้อมทั้งใช้การสนทนาและใช้การถามตอบระหว่างครูกับนักเรียนโดยการสุ่มนักเรียนแต่ละกลุ่มตอบคำถาม(ใช้เวลาประมาณ 20 นาที)

7.6 ครูยกตัวอย่างอื่น ๆ เพิ่มเติม โดยใช้สื่อโปรแกรม Power Point เรื่อง “ลำดับ”(ลำดับเรขาคณิต) หน้าที่ 45 – 58 (ครูเลือกตัวอย่างตามความเหมาะสมของเวลา) ให้นักเรียนได้เปรียบเทียบและวิเคราะห์ พร้อมทั้งใช้การสนทนาและใช้การถามตอบระหว่างครูกับนักเรียนโดยการสุ่มนักเรียนแต่ละกลุ่มตอบคำถาม(ใช้เวลาประมาณ 40 นาที)

ชั่วโมงที่ 3

ขั้นสรุป

7.7 ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันสรุปเรื่อง ความหมายลำดับเรขาคณิตและการหาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต โดยการสนทนาและใช้การถามตอบระหว่างครูกับนักเรียน อาจใช้การสุ่มนักเรียนบางคนเพื่อสรุป(ใช้เวลาประมาณ 10 นาที)

ขั้นนำไปใช้

7.8 ครูมอบหมายให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 3 “ลำดับเรขาคณิต” ข้อ 1 - ข้อ 4 ใช้เวลาประมาณ 30 นาที

7.9 ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยแบบฝึกหัดที่ 3 “ลำดับเรขาคณิต” โดยสุ่มนักเรียนออกมาเฉลย โดยการสนทนาและใช้การถามตอบระหว่างครูกับนักเรียน ครูอธิบายเพิ่มเติม (ใช้เวลาประมาณ 20 นาที) ถ้าเฉลยไม่ครบให้นักเรียนดูเฉลยในกลุ่ม line ประจำห้องหรือสอบถามครูเพิ่มเติม

ชั่วโมงที่ 4

ขั้นเตรียม

7.10 ให้นักเรียนจัดกลุ่มละ 4 คนโดยมีนักเรียนเก่ง 1 คน ปานกลาง 2 คน และอ่อน 1 คน เพื่อให้นักเรียนได้ช่วยเหลือกัน และทบทวนเรื่อง ลำดับเรขาคณิต ใช้สื่อโปรแกรม Power Point เรื่อง “ลำดับเรขาคณิต” ใช้เวลาประมาณ 10 นาที

7.11 ครูพูดเกริ่นนำ “นักเรียนมีความคิดเห็นว่าจะสามารถนำความรู้เรื่องลำดับเรขาคณิตไปใช้ในสถานการณ์ในชีวิตประจำวันได้อย่างไร” ใช้เวลาประมาณ 10 นาที

ตัวอย่างคำตอบ

- ใช้ในการเจริญเติบโตของแบคทีเรีย
- ใช้ในการในการคำนวณเงินออมจากค่าขนมในแต่ละวัน
- ใช้ในการคิดอัตราดอกเบี้ย การผ่อนรถ

ขั้นสอน

7.12 ครูแจกใบงานที่ 3 “การนำลำดับเรขาคณิตไปใช้แก้ปัญหาโจทย์” ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มแลกเปลี่ยนเรียนรู้ภายในกลุ่มและแลกเปลี่ยนเรียนรู้ระหว่างกลุ่ม พร้อมให้นักเรียนศึกษาใบความรู้เรื่อง “ลำดับเรขาคณิต” ครูคอยสังเกตและให้คำปรึกษาเพิ่มเติม (ใช้เวลาประมาณ 20 นาที)

7.13 ครูแจกใบงานที่ 4 “การนำลำดับเรขาคณิตไปใช้แก้ปัญหาสถานการณ์” ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มแลกเปลี่ยนเรียนรู้ภายในกลุ่มและแลกเปลี่ยนเรียนรู้ระหว่างกลุ่ม พร้อมให้นักเรียนศึกษาใบความรู้เรื่อง “ลำดับเรขาคณิต” ครูคอยสังเกตและให้คำปรึกษาเพิ่มเติม (ใช้เวลาประมาณ 20 นาที)

ชั่วโมงที่ 5

ขั้นเปรียบเทียบหรือวิเคราะห์

7.14 ครูเฉลยใบงานที่ 3 “การนำลำดับเรขาคณิตไปใช้แก้ปัญหาโจทย์” และใบงานที่ 4 “การนำลำดับเรขาคณิตไปใช้แก้ปัญหาสถานการณ์” ให้นักเรียนได้เปรียบเทียบและวิเคราะห์ พร้อมทั้งใช้การสนทนาและใช้การถามตอบระหว่างครูกับนักเรียนโดยการสุ่มนักเรียนแต่ละกลุ่มตอบคำถาม (ใช้เวลาประมาณ 20 นาที)

7.15 ครูใช้สื่อโปรแกรม Power Point เรื่อง “ลำดับ”(ลำดับเรขาคณิต) หน้าที่ 59 – 63 ยกตัวอย่างเพิ่มเติม (ครูเลือกตัวอย่างตามความเหมาะสมของเวลา) (ใช้เวลาประมาณ 30 นาที)

ขั้นสรุป

7.16 ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันสรุปเรื่อง การนำลำดับเรขาคณิตไปใช้แก้ปัญหาโจทย์ และการนำลำดับเรขาคณิตไปใช้แก้ปัญหาสถานการณ์ โดยการสนทนาและใช้การถามตอบระหว่างครูกับนักเรียน อาจใช้การสุ่มนักเรียนบางคนเพื่อสรุป(ใช้เวลาประมาณ 10 นาที)

ชั่วโมงที่ 6

ชั้นนำไปใช้

7.17 ครูมอบหมายให้นักเรียนแต่ละกลุ่มทำแบบฝึกหัดที่ 3 “ลำดับเรขาคณิต” ข้อที่ 5 - ข้อ 11 โดยแต่ละกลุ่มทำกลุ่มละ 1 ข้อ(ใช้วิธีจับฉลาก)แล้วแลกเปลี่ยนเรียนรู้ระหว่างกลุ่มใช้เวลาประมาณ 10 นาที

7.18 ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยแบบฝึกหัดที่ 3 “เรขาคณิต” โดยสุ่มนักเรียนออกมาเฉลย โดยการสนทนาและใช้การถามตอบระหว่างครูกับนักเรียน ครูอธิบายเพิ่มเติม (ใช้เวลาประมาณ 20 นาที)

7.19 นักเรียนแบบทดสอบเก็บคะแนนหลังเรียนครั้งที่ 3 (ใช้เวลาประมาณ 30 นาที)

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

สื่อเอกสาร	สื่อวัสดุ/สื่อเทคโนโลยี	แหล่งการเรียนรู้	สื่ออื่น ๆ
<ul style="list-style-type: none"> - เอกสารแนะแนวทางที่ 6 เรื่อง “ความหมายของลำดับเรขาคณิต” - เอกสารแนะแนวทางที่ 7 เรื่อง “พจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต” - ใบงานที่ 3 “การนำลำดับเรขาคณิตไปใช้แก้ปัญหาโจทย์” - ใบงานที่ 4 “การนำลำดับเรขาคณิตไปใช้แก้ปัญหาสถานการณ์” - ใบความรู้ที่ 3 “ลำดับเรขาคณิต” - แบบฝึกหัดที่ 3 “ลำดับเรขาคณิต” 	<ul style="list-style-type: none"> - สื่อโปรแกรม Power Point เรื่อง “ลำดับ” ”(ลำดับเรขาคณิต) 	-	-

9. บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

9.1 สรุปผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

จุดประสงค์การเรียนรู้	นักเรียนที่ผ่าน		นักเรียนที่ไม่ผ่าน	
	จำนวน (คน)	ร้อยละ	จำนวน (คน)	ร้อยละ
ด้านความรู้ บอกความหมายของลำดับเรขาคณิตได้				
หาพจน์ของลำดับเรขาคณิตจากลำดับที่กำหนดได้				
หาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิตได้				
นำลำดับเรขาคณิตไปใช้แก้ปัญหาโจทย์ที่กำหนดให้ได้				
นำลำดับเรขาคณิตไปใช้แก้ปัญหาสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้				
ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ให้เหตุผลในการบอกความหมายของลำดับเรขาคณิตได้				
ใช้การแก้ปัญหาโจทย์ที่กำหนดให้โดยใช้ลำดับเรขาคณิตได้				
ใช้การเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ที่กำหนดให้โดยใช้ลำดับเรขาคณิตได้				
ใช้การคิดสร้างสรรค์เพื่อแก้ปัญหาจากสถานการณ์ที่กำหนดให้โดยใช้ลำดับเรขาคณิตได้				
ใช้การสื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ ในการนำเสนอพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิตได้				
ด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์ ซื่อสัตย์สุจริต				
มีวินัย				
ใฝ่เรียนรู้				
มุ่งมั่นในการทำงาน				
ด้านสมรรถนะสำคัญของนักเรียน ใช้ความสามารถในการสื่อสารในการนำเสนอความหมายของลำดับเรขาคณิตได้				
ใช้ความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์ที่กำหนดให้โดยใช้ลำดับเรขาคณิตได้				
ใช้ความสามารถในการคิดเพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์ที่กำหนดให้โดยใช้ลำดับเรขาคณิตได้				
สามารถใช้ทักษะชีวิตในการทำกิจกรรมกลุ่มในชั้นเรียนได้				

9.2 ปัญหา/อุปสรรค

.....

.....

.....

.....

.....

9.3 แนวทางแก้ไข

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....ผู้สอน

(นายอนิรุทธิ์ ลิพอนพล)

ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะชำนาญการพิเศษ

10 . ความคิดเห็นของฝ่ายบริหาร

10.1 ความคิดเห็นของหัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นางวาสนา ลิพอนพล)

ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะชำนาญการพิเศษ

ปฏิบัติหน้าที่ หัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

10.2 ความคิดเห็นของหัวหน้ากลุ่มบริหารงานวิชาการ

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นางศศิมา ทิพย์สวัสดิ์)

ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะชำนาญการพิเศษ
ปฏิบัติหน้าที่ หัวหน้ากลุ่มบริหารงานวิชาการ

10.3 ความคิดเห็นของรองผู้อำนวยการกลุ่มบริหารงานวิชาการ

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นายเจษฎา ศรีวิเศษ)

รองผู้อำนวยการกลุ่มบริหารงานวิชาการ

10.4 ความคิดเห็นของผู้บริหารโรงเรียนทับปุดวิทยา

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นายดลวัฒน์ สันติพิทักษ์)

ผู้อำนวยการโรงเรียนทับปุดวิทยา



ใบความรู้ที่ 3

ลำดับเรขาคณิต

พิจารณาลำดับ 2, 6, 18, 54, 162 จะเห็นว่าได้จากการคูณพจน์ก่อนหน้าที่อยู่ติดกันด้วย 3 หรือ

อัตราส่วนของพจน์หลังต่อพจน์หน้าที่อยู่ติดกันเป็นค่าคงตัวเท่ากับ 3 เสมอ นั่นคือ $\frac{6}{2} = \frac{18}{6} = \frac{54}{18} =$

$\frac{162}{54} = 3$ เรียกลำดับที่มีสมบัติเช่นนี้ว่า ลำดับเรขาคณิต

บทนิยาม ลำดับเรขาคณิต(geometric sequence) คือ ลำดับที่มีอัตราส่วนของพจน์ที่ $n + 1$ ต่อพจน์ที่ n เป็นค่าคงตัวที่เท่ากันสำหรับทุกจำนวนจริงบวก n และเรียกค่าคงตัวที่เป็นอัตราส่วนนี้ว่า อัตราส่วนร่วม(common ratio)

จากบทนิยาม ลำดับ $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ จะเป็นลำดับเลขคณิต ก็ต่อเมื่อ มีค่าคงตัว r ที่

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = r \text{ สำหรับทุกจำนวนเต็มบวก } n$$

ตัวอย่างที่ 1

- | | |
|---------------------------------------|--------------------------------------------------------|
| 1) 1, 2, 4, 8, ... , 2^{n-1} , ... | เป็นลำดับเรขาคณิตที่มี 2 เป็นอัตราส่วนร่วม |
| 2) -1, 1, -1, 1, ... , $(-1)^n$, ... | เป็นลำดับเรขาคณิตที่มี -1 เป็นอัตราส่วนร่วม |
| 3) 16, 8, 4, 2, ... | เป็นลำดับเรขาคณิตที่มี $\frac{1}{2}$ เป็นอัตราส่วนร่วม |
| 4) -1, 4, -16, 64, -256, ... | เป็นลำดับเรขาคณิตที่มี -4 เป็นอัตราส่วนร่วม |
| 5) 24, 12, 6, 3, 1, ... | ไม่เป็นลำดับเรขาคณิตเพราะมีอัตราส่วนร่วมไม่เท่ากัน |
| 7) 3, 6, 12, 20, 24, ... | ไม่เป็นลำดับเรขาคณิตเพราะมีอัตราส่วนร่วมไม่เท่ากัน |

นอกจากนี้ยังสามารถกำหนดลำดับเรขาคณิต $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ ได้ดังนี้

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = r \text{ สำหรับทุกจำนวนเต็มบวก } n \text{ จะได้ว่า } a_{n+1} = a_n r$$

ให้ a_1 และ r เป็นค่าคงตัว จะได้

$$a_1$$

$$a_2 = a_1 r$$

$$a_3 = a_2 r = (a_1 r) r = a_1 r^2$$

$$a_4 = a_3 r = (a_1 r^2) r = a_1 r^3$$

$$a_5 = a_4 r = (a_1 r^3) r = a_1 r^4$$

.

.

$$a_n = a_{n-1} r = (a_1 r^{n-2}) r = a_1 r^{n-1}$$

ดังนั้น พจน์ที่ n ของลำดับเรขาคณิต คือ

$$a_n = a_1 r^{n-1} \text{ เมื่อ } a_1 \text{ เป็นพจน์แรก และ } r \text{ เป็นอัตราส่วนร่วมของลำดับเรขาคณิต}$$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาพจน์ที่ 3, 4, 5 และ 6 ของลำดับเรขาคณิต ที่มีพจน์แรกเท่ากับ 3 และอัตราส่วนร่วมเท่ากับ 5

วิธีทำ **วิธีที่ 1** ใช้สูตร $a_n = a_1 r^{n-1}$ จากโจทย์ $a_1 = 3$ และ $r = 5$

$$\text{จะได้ } a_3 = (3)5^{3-1} = (3)5^2 = 75$$

$$a_4 = (3)5^{4-1} = (3)5^3 = 375$$

$$a_5 = (3)5^{5-1} = (3)5^4 = 1,875$$

$$a_6 = (3)5^{6-1} = (3)5^5 = 9,375$$

วิธีที่ 2 ใช้สูตร $a_n = a_1 r^{n-1}$ เพียงครั้งเดียว จากโจทย์ $a_1 = 3$ และ $r = 5$

$$\text{จะได้ } a_3 = (3)5^{3-1} = (3)5^2 = 75$$

$$a_4 = a_3 r = (75)(5) = 375$$

$$a_5 = a_4 r = (375)(5) = 1,875$$

$$a_6 = a_5 r = (1,875)(5) = 9,375$$

ดังนั้น พจน์ที่ 3, 4, 5 และ 6 ของลำดับเรขาคณิต ที่มีพจน์แรกเท่ากับ 3 และอัตราส่วนร่วมเท่ากับ 5 คือ 75, 375, 1,875 และ 9,375 ตามลำดับ

ตัวอย่างที่ 3 จงหา 5 พจน์แรกของลำดับเรขาคณิตที่มี $\frac{3}{4}$ เป็นพจน์แรก และ 4 เป็นอัตราส่วนร่วม

วิธีทำ วิธีที่ 1 ใช้สูตร $a_n = a_1 r^{n-1}$ จากโจทย์ $a_1 = \frac{3}{4}$ และ $r = 4$

$$\begin{aligned}\text{จะได้} \quad a_2 &= \left(\frac{3}{4}\right)4^{2-1} = \left(\frac{3}{4}\right)(4) = 3 \\ a_3 &= \left(\frac{3}{4}\right)4^{3-1} = \left(\frac{3}{4}\right)4^2 = 12 \\ a_4 &= \left(\frac{3}{4}\right)4^{4-1} = \left(\frac{3}{4}\right)4^3 = 48 \\ a_5 &= \left(\frac{3}{4}\right)4^{5-1} = \left(\frac{3}{4}\right)4^4 = 144\end{aligned}$$

วิธีที่ 2 ใช้สูตร $a_n = a_1 r^{n-1}$ เพียงครั้งเดียว จากโจทย์ $a_1 = \frac{3}{4}$ และ $r = 4$

$$\begin{aligned}a_2 &= a_1 r = \left(\frac{3}{4}\right)(4) = 3 \\ a_3 &= a_2 r = (3)(4) = 12 \\ a_4 &= a_3 r = (12)(4) = 48 \\ a_5 &= a_4 r = (48)(4) = 144\end{aligned}$$

ดังนั้น 5 พจน์แรกของลำดับเรขาคณิตที่มี $\frac{3}{4}$ เป็นพจน์แรก และ 4 เป็นอัตราส่วนร่วม

คือ $\frac{3}{4}$, 3, 12, 48 และ 144 ตามลำดับ

ตัวอย่างที่ 4 จงหาพจน์ที่ 6 ของลำดับเรขาคณิต 4, 20, 100, ...

วิธีทำ จากโจทย์กำหนดจะได้ $a_1 = 4$ และ $r = \frac{20}{4} = 5$

$$\begin{aligned}\text{และ} \quad a_n &= a_1 r^{n-1} \\ \text{จะได้} \quad a_6 &= (4)5^{6-1} \\ &= (4)5^5 \\ &= (4)(3,125) \\ &= 12,500\end{aligned}$$

ดังนั้น พจน์ที่ 6 ของลำดับเรขาคณิต 4, 20, 100, ... คือ 12,500

ตัวอย่างที่ 5 ถ้าลำดับเรขาคณิตมี $a_1 = 12$ และ $a_2 = 24$ จงหาพจน์ที่ 7 ของลำดับนี้

วิธีทำ จากโจทย์กำหนด $a_1 = 12$ และ $a_2 = 24$ จะได้ อัตราส่วนร่วม คือ $r = \frac{24}{12} = 2$

จาก $a_n = a_1 r^{n-1}$ จะได้

$$a_7 = (12)2^{7-1}$$

$$= (12)2^6$$

$$= (12)(64)$$

$$= 768$$

ดังนั้น พจน์ที่ 7 ของลำดับนี้ คือ 768

ตัวอย่างที่ 6 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต 8, 16, 32, 64, ...

วิธีทำ จากลำดับเรขาคณิต 8, 16, 32, 64, ... จะได้ $a_1 = 8$ และ $r = \frac{16}{8} = 2$

และจาก $a_n = a_1 r^{n-1}$ จะได้

$$a_n = (8)2^{n-1}$$

$$= (2^3)2^{n-1}$$

$$= 2^{n-1+3}$$

$$= 2^{n+2}$$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต 8, 16, 32, 64, ... คือ 2^{n+2}

ตัวอย่างที่ 7 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต 18, 6, 2, $\frac{2}{3}$, ...

วิธีทำ จากลำดับเรขาคณิต 18, 6, 2, $\frac{2}{3}$, ... จะได้ $a_1 = 18$ และ $r = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$

และจาก $a_n = a_1 r^{n-1}$ จะได้

$$a_n = (18)\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$$

$$= (18)3^{-n+1}$$

$$= (2 \cdot 9)3^{-n+1}$$

$$= (2 \cdot 3^2)3^{-n+1}$$

$$= 2 \cdot 3^{-n+3}$$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต 18, 6, 2, $\frac{2}{3}$, ... คือ $2 \cdot 3^{-n+3}$

ตัวอย่างที่ 8 จงหาพจน์แรกของลำดับเรขาคณิตมีพจน์ที่ 4 เป็น 9 และพจน์ที่ 9 เป็น 2,187

วิธีทำ จากโจทย์พจน์ที่ 4 คือ 9 และพจน์ที่ 9 คือ 2,187 จะได้ $a_4 = 9$ และ $a_9 = 2,187$

$$\text{จาก } a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$\text{จะได้ } 9 = a_1 r^{4-1}$$

$$9 = a_1 r^3 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{และ } 2,187 = a_1 r^{9-1}$$

$$2,187 = a_1 r^8 \quad \dots\dots\dots(2)$$

จาก $(2) \div (1)$ จะได้

$$\frac{2,187}{9} = \frac{a_1 r^8}{a_1 r^3}$$

$$r^5 = 243$$

$$r = 3$$

และ แทนค่า $r = 3$ ใน (1) จะได้

$$9 = a_1 (3)^3$$

$$a_1 = \frac{9}{27} = \frac{1}{3}$$

ดังนั้น พจน์แรกของลำดับเรขาคณิตมีพจน์ที่ 4 คือ 9 และพจน์ที่ 9 คือ 2,187 คือ $\frac{1}{3}$

ตัวอย่างที่ 9 ถ้า 6 และ 24 เป็นพจน์สองพจน์ของลำดับเรขาคณิตที่มีพจน์อีกพจน์อยู่ระหว่างพจน์ทั้งสองนี้ จงหาพจน์ที่อยู่ระหว่างพจน์ทั้งสองพจน์นี้ที่เป็นไปได้ทั้งหมด

วิธีทำ ให้ a เป็นพจน์ที่อยู่ระหว่าง 6 และ 24 จะได้ 6, a , 24 เป็นลำดับเรขาคณิต

จะได้อัตราส่วนร่วมคือ $\frac{a}{6}$ และ $\frac{24}{a}$

เนื่องจาก 6, a , 24 เป็นลำดับเรขาคณิต

$$\text{จะได้ } \frac{a}{6} = \frac{24}{a}$$

$$a^2 = 144$$

$$\text{นั่นคือ } a = 12 \text{ หรือ } a = -12$$

ดังนั้น พจน์ที่อยู่ระหว่าง 6 และ 24 คือ 12 หรือ -12

ตัวอย่างที่ 10 จงหา a , b และ c ของลำดับเรขาคณิต $8, a, b, c, \frac{1}{2}, \dots$

วิธีทำ จาก ลำดับเรขาคณิต $8, a, b, c, \frac{1}{2}, \dots$ จะได้ $a_1 = 8, a_5 = \frac{1}{2}$ และ $n = 5$

เนื่องจาก $a_n = a_1 r^{n-1}$

จะได้ $\frac{1}{2} = (8)r^{5-1}$

$$\frac{1}{16} = r^4$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^4 = r^4$$

นั่นคือ $r = \frac{1}{2}$ หรือ $r = -\frac{1}{2}$

ดังนั้น เมื่ออัตราส่วนร่วมเป็น $\frac{1}{2}$ จะได้ a, b และ c คือ $(8)\left(\frac{1}{2}\right)^1, (8)\left(\frac{1}{2}\right)^2, (8)\left(\frac{1}{2}\right)^3$

หรือ $4, 2, 1$ ตามลำดับ

และ เมื่ออัตราส่วนร่วมเป็น $-\frac{1}{2}$ จะได้ a, b และ c คือ $(8)\left(-\frac{1}{2}\right)^1, (8)\left(-\frac{1}{2}\right)^2, (8)$

$\left(-\frac{1}{2}\right)^3$ หรือ $-4, 2, -1$ ตามลำดับ

ตัวอย่างที่ 11 ในเมืองหนึ่งมีประชากรอาศัยอยู่ 100,000 คน ถ้าจำนวนประชากรในเมืองนี้เพิ่มขึ้น 2% ทุกปี ใน 10 ปีข้างหน้า จะมีจำนวนประชากรในเมืองนี้ประมาณกี่คน

วิธีทำ พิจารณาประชากร 2 ปีแรก ดังนี้

ปีที่ 1 ประชากรอาศัยอยู่ 100,000 คน

ปีที่ 2 ประชากรเดิม + ประชากรที่เพิ่ม

$$100,000 + 100,000(0.02)$$

$$= 100,000(1 + 0.02)$$

ปีที่ 3 ประชากรเดิม + ประชากรที่เพิ่ม

$$100,000(1 + 0.02) + 100,000(1 + 0.02)(0.02)$$

$$= 100,000(1.02)(1 + 0.02)$$

$$= 100,000(1.02)(1.02)$$

$$= 100,000(1.02)^2$$

จะเห็นว่าเมื่อนำจำนวนประชากรในแต่ละปีเขียนเรียงตามลำดับ จะเป็นลำดับเรขาคณิตที่มี 1.02 เป็นอัตราส่วนร่วม ดังนี้

$$100,000, 100,000(1.02), 100,000(1.02)^2, \dots$$

ดังนั้นจำนวนประชากรเมื่อครบปีที่ 10 คือพจน์ที่ 11 ของลำดับนี้

$$\text{จาก } a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$\begin{aligned}\text{จะได้ } a_{11} &= 100,000(1.02)^{11-1} \\ &= 100,000(1.02)^{10} \\ &\approx 100,000(1.218994) \\ &\approx 121,899\end{aligned}$$

นั่นคือ ในอีก 10 ข้างหน้าเมืองนี้ จะมีจำนวนประชากรในเมืองประมาณ 121,899 คน



เอกสารแนบแนวทางที่ 6
“ความหมายของลำดับเรขาคณิต”

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ให้เหตุผลในการบอกความหมายของลำดับเรขาคณิตได้

ด้านสมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

ใช้ความสามารถในการสื่อสารในการนำเสนอความหมายของลำดับเรขาคณิตได้

คำชี้แจง

ให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม ๆ ละ 4 คน ร่วมแลกเปลี่ยนเรียนรู้แล้วเติมคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

1. พิจารณาลำดับต่อไปนี้

1.1 1, 2, 4, 8, 16

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots$$

.....

$$\frac{a_3}{a_2} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots$$

.....

$$\frac{a_4}{a_3} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots$$

.....

$$\frac{a_5}{a_4} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots$$

.....

นั่นคือ อัตราส่วนของพจน์หลังต่อพจน์หน้าที่อยู่ติดกันเป็นค่าคงตัวเท่ากับ.....

1.2 3, -6, 12, -24, 48

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots$$

.....

$$\frac{a_3}{a_2} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots$$

.....

$$\frac{a_4}{a_3} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots$$

.....

$$\frac{a_5}{a_4} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots$$

นั่นคือ อัตราส่วนของพจน์หลังต่อพจน์หน้าที่อยู่ติดกันเป็นค่าคงตัวเท่ากับ.....

1.3 2, 0.2, 0.02, 0.002, 0.0002

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{a_3}{a_2} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{a_4}{a_3} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{a_5}{a_4} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots$$

นั่นคือ อัตราส่วนของพจน์หลังต่อพจน์หน้าที่อยู่ติดกันเป็นค่าคงตัวเท่ากับ.....

เรียกลำดับที่มีสมบัติดังข้อ 1.1, 1.2 และ 1.3 ว่า.....

และเรียกค่าคงตัวที่เป็นอัตราส่วนว่า

2. กำหนดลำดับเลขคณิต $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$

จาก $\frac{a_{n+1}}{a_n} = r$ สำหรับทุกจำนวนเต็มบวก n จะได้ว่า $a_{n+1} = a_n r$

ให้ a_1 และ r เป็นค่าคงตัว จะได้

$$a_1$$

$$a_2 = a_1 r = a_1 r^{2-1}$$

$$a_3 = a_2 r = (a_1 r) r = a_1 r^2 = a_1 r^{3-1}$$

$$a_4 = a_3 r = (a_1 r^{\dots\dots\dots}) r = a_1 r^{\dots\dots\dots} = a_1 r^{\dots\dots\dots-1}$$

$$a_5 = \dots\dots\dots = (a_1 r^{\dots\dots\dots}) r = a_1 r^{\dots\dots\dots} = a_1 r^{\dots\dots\dots-1}$$

.

.

.

$$a_n = \dots\dots\dots = (a_1 r^{\dots\dots\dots}) r = a_1 r^{\dots\dots\dots-1}$$

ดังนั้น พจน์ที่ n ของลำดับเรขาคณิต คือ

3. จงหาพจน์ที่ 3, 4 และ 5 ของลำดับเรขาคณิต ที่มีพจน์แรกเท่ากับ $\frac{4}{3}$ และอัตราส่วนร่วมเท่ากับ 3

วิธีทำ วิธีที่ 1 ใช้สูตร $a_n = a_1 r^{n-1}$ จากโจทย์ $a_1 = \dots\dots\dots$ และ $r = \dots\dots\dots$

$$\text{จะได้ } a_3 = \frac{4}{3}(3^{3-1}) = \frac{4}{3}(3^2) = 12$$

$$a_{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots (\dots\dots\dots - \dots\dots\dots) = \dots\dots\dots (\dots\dots\dots) = \dots\dots\dots$$

$$a_{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots (\dots\dots\dots - \dots\dots\dots) = \dots\dots\dots (\dots\dots\dots) = \dots\dots\dots$$

วิธีที่ 2 ใช้สูตร $a_n = a_1 + (n - 1)d$ เพียงพจน์เดียว

$$\text{จะได้ } a_3 = \frac{4}{3}(3^{3-1}) = \frac{4}{3}(3^2) = 12$$

$$a_4 = a_3 r = \dots\dots\dots \times \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$a_5 = a_4 r = \dots\dots\dots \times \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

ดังนั้น พจน์ที่ 3, 4 และ 5 ของลำดับเรขาคณิต ที่มีพจน์แรกเท่ากับ $\frac{4}{3}$ และ

อัตราส่วนร่วมเท่ากับ 3 คือ $\dots\dots\dots$

4. จงหาสี่พจน์ถัดไปของลำดับเรขาคณิต 128, 64, 32, ...

วิธีทำ วิธีที่ 1 ใช้สูตร $a_n = a_1 r^{n-1}$ จากโจทย์ $a_1 = \dots\dots\dots$ และ $r = \dots\dots\dots$

$$\text{จะได้ } a_4 = \dots\dots\dots (\dots\dots\dots - \dots\dots\dots) = \dots\dots\dots (\dots\dots\dots) = \dots\dots\dots$$

$$a_5 = \dots\dots\dots (\dots\dots\dots - \dots\dots\dots) = \dots\dots\dots (\dots\dots\dots) = \dots\dots\dots$$

$$a_6 = \dots\dots\dots (\dots\dots\dots - \dots\dots\dots) = \dots\dots\dots (\dots\dots\dots) = \dots\dots\dots$$

$$a_7 = \dots\dots\dots (\dots\dots\dots - \dots\dots\dots) = \dots\dots\dots (\dots\dots\dots) = \dots\dots\dots$$

วิธีที่ 2 ใช้สูตร ใช้สูตร $a_n = a_1 r^{n-1}$ เพียงพจน์เดียว

$$\text{จะได้ } a_4 = \dots\dots\dots (\dots\dots\dots - \dots\dots\dots) = \dots\dots\dots (\dots\dots\dots) = \dots\dots\dots$$

$$a_5 = a_{\dots\dots\dots} r = \dots\dots\dots \times \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$a_6 = a_{\dots\dots\dots} r = \dots\dots\dots \times \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$a_7 = a_{\dots\dots\dots} r = \dots\dots\dots \times \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

ดังนั้น สี่พจน์ถัดไปของลำดับเรขาคณิต 128, 64, 32, ... คือ $\dots\dots\dots$

5. จงหาพจน์ที่ 6 ของลำดับเลขคณิต 4, 16, 64, ...

วิธีทำ จากโจทย์กำหนดจะได้ $a_1 = \dots\dots\dots$, $r = \dots\dots\dots$ และจาก $a_n = a_1 r^{n-1}$

$$\text{จะได้ } a_{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots (\dots\dots\dots - \dots\dots\dots) = \dots\dots\dots (\dots\dots\dots) = \dots\dots\dots$$

ดังนั้น พจน์ที่ 6 ของลำดับเลขคณิต 4, 16, 64, ... คือ $\dots\dots\dots$

เฉลยเอกสารแนะแนวทางที่ 6 “ความหมายของลำดับเรขาคณิต”

1. พิจารณาลำดับต่อไปนี้

1.1 1, 2, 4, 8, 16

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{2}{1} = 2$$

$$\frac{a_3}{a_2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\frac{a_4}{a_3} = \frac{8}{4} = 2$$

$$\frac{a_5}{a_4} = \frac{16}{8} = 2$$

นั่นคือ อัตราส่วนของพจน์หลังต่อพจน์หน้าที่อยู่ติดกันเป็นค่าคงตัวเท่ากับ 2

1.2 3, -6, 12, -24, 48

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{-6}{3} = -2$$

$$\frac{a_3}{a_2} = \frac{12}{-6} = -2$$

$$\frac{a_4}{a_3} = \frac{-24}{12} = -2$$

$$\frac{a_5}{a_4} = \frac{48}{-24} = -2$$

นั่นคือ อัตราส่วนของพจน์หลังต่อพจน์หน้าที่อยู่ติดกันเป็นค่าคงตัวเท่ากับ -2

1.3 2, 0.2, 0.02, 0.002, 0.0002

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{0.2}{2} = 0.1$$

$$\frac{a_3}{a_2} = \frac{0.02}{0.2} = 0.1$$

$$\frac{a_4}{a_3} = \frac{0.002}{0.02} = 0.1$$

$$\frac{a_5}{a_4} = \frac{0.0002}{0.002} = 0.1$$

นั่นคือ อัตราส่วนของพจน์หลังต่อพจน์หน้าที่อยู่ติดกันเป็นค่าคงตัวเท่ากับ 0.1

เรียกลำดับที่มีสมบัติดังข้อ 1.1, 1.2 และ 1.3 ว่า ลำดับเรขาคณิต
และเรียกค่าคงตัวที่เป็นอัตราส่วนว่า อัตราส่วนร่วม

2. กำหนดลำดับเลขคณิต $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$

จาก $\frac{a_{n+1}}{a_n} = r$ สำหรับทุกจำนวนเต็มบวก n จะได้ว่า $a_{n+1} = a_n r$

ให้ a_1 และ r เป็นค่าคงตัว จะได้

$$a_1$$

$$a_2 = a_1 r = a_1 r^{2-1}$$

$$a_3 = a_2 r = (a_1 r) r = a_1 r^2 = a_1 r^{3-1}$$

$$a_4 = a_3 r = (a_1 r^2) r = a_1 r^3 = a_1 r^{4-1}$$

$$a_5 = a_4 r = (a_1 r^3) r = a_1 r^4 = a_1 r^{5-1}$$

.

.

.

$$a_n = a_{n-1} r = (a_1 r^{n-2}) r = a_1 r^{n-1}$$

ดังนั้น พจน์ที่ n ของลำดับเรขาคณิต คือ $a_n = a_1 r^{n-1}$

3. จงหาพจน์ที่ 3, 4 และ 5 ของลำดับเรขาคณิต ที่มีพจน์แรกเท่ากับ $\frac{4}{3}$ และอัตราส่วนร่วมเท่ากับ 3

วิธีทำ วิธีที่ 1 ใช้สูตร $a_n = a_1 r^{n-1}$ จากโจทย์ $a_1 = \frac{4}{3}$ และ $r = 3$

$$\text{จะได้ } a_3 = \frac{4}{3} (3^{3-1}) = \frac{4}{3} (3^2) = 12$$

$$a_4 = \frac{4}{3} (3^{4-1}) = \frac{4}{3} (3^3) = 36$$

$$a_5 = \frac{4}{3} (3^{5-1}) = \frac{4}{3} (3^4) = 108$$

วิธีที่ 2 ใช้สูตร $a_n = a_1 + (n-1)d$ เพียงพจน์เดียว

$$\text{จะได้ } a_3 = \frac{4}{3} (3^{3-1}) = \frac{4}{3} (3^2) = 12$$

$$a_4 = a_3 r = 12 \times 3 = 36$$

$$a_5 = a_4 r = 36 \times 3 = 108$$

ดังนั้น พจน์ที่ 3, 4 และ 5 ของลำดับเรขาคณิต ที่มีพจน์แรกเท่ากับ $\frac{4}{3}$ และ

อัตราส่วนร่วมเท่ากับ 3 คือ 12, 36 และ 108 ตามลำดับ

4. จงหาสี่พจน์ถัดไปของลำดับเรขาคณิต 128, 64, 32, ...

วิธีทำ วิธีที่ 1 ใช้สูตร $a_n = a_1 r^{n-1}$ จากโจทย์ $a_1 = 128$ และ $r = \frac{64}{128} = \frac{1}{2}$

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad a_4 &= 128 \left(\frac{1}{2}^{4-1} \right) = 128 \left(\frac{1}{2} \right)^3 = 16 \\ a_5 &= 128 \left(\frac{1}{2}^{5-1} \right) = 128 \left(\frac{1}{2} \right)^4 = 8 \\ a_6 &= 128 \left(\frac{1}{2}^{6-1} \right) = 128 \left(\frac{1}{2} \right)^5 = 4 \\ a_7 &= 128 \left(\frac{1}{2}^{7-1} \right) = 128 \left(\frac{1}{2} \right)^6 = 2 \end{aligned}$$

วิธีที่ 2 ใช้สูตร ใช้สูตร $a_n = a_1 r^{n-1}$ เพียงพจน์เดียว

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad a_4 &= 128 \left(\frac{1}{2}^{4-1} \right) = 128 \left(\frac{1}{2} \right)^3 = 16 \\ a_5 &= a_4 r = 16 \times \frac{1}{2} = 8 \\ a_6 &= a_5 r = 8 \times \frac{1}{2} = 4 \\ a_7 &= a_6 r = 4 \times \frac{1}{2} = 2 \end{aligned}$$

ดังนั้น สี่พจน์ถัดไปของลำดับเรขาคณิต 128, 64, 32, ... คือ 16, 8, 4 และ 2

5. จงหาพจน์ที่ 6 ของลำดับเลขคณิต 4, 16, 64, ...

วิธีทำ จากโจทย์กำหนดจะได้ $a_1 = 4$, $r = \frac{16}{4} = 4$ และจาก $a_n = a_1 r^{n-1}$

$$\text{จะได้} \quad a_6 = 4 (4^{6-1}) = 4 (4^5) = 4,096$$

ดังนั้น พจน์ที่ 6 ของลำดับเลขคณิต 4, 16, 64, ... คือ 4,096



เอกสารแนบแนวทางที่ 7
“พจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต”

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ใช้การสื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ ในการนำเสนอพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิตได้

คำชี้แจง

ให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม ๆ ละ 4 คน ร่วมแลกเปลี่ยนเรียนรู้แล้วเติมคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

1. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต 3, 9, 27, 81, ...

วิธีทำ จากลำดับเรขาคณิต 2, 4, 8, 16, ... จะได้ $a_1 = \dots\dots\dots$ และ $r = \dots\dots\dots$

และ $a_n = a_1 r^{n-1}$

จะได้ $a_n = \dots\dots\dots (\dots\dots\dots - \dots\dots\dots)$

$= \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต 1, 2, 4, 6, ... คือ $\dots\dots\dots$

2. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต -3, -6, -12, -24, ...

วิธีทำ จากลำดับเรขาคณิต -3, -6, -12, -24, ... จะได้ $a_1 = \dots\dots\dots$ และ $r = \dots\dots\dots$

และ $a_n = a_1 r^{n-1}$

จะได้ $a_n = \dots\dots\dots (\dots\dots\dots - \dots\dots\dots)$

$= \dots\dots\dots (\dots\dots\dots \times \dots\dots\dots)$

$= \dots\dots\dots$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต -3, -6, -12, -24, ... คือ $\dots\dots\dots$

3. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต -8, -0.8, -0.08, -0.008, ...

วิธีทำ จากลำดับเรขาคณิต -8, -0.8, -0.08, -0.008, ... จะได้ $a_1 = \dots\dots\dots$ และ $r = \dots\dots\dots$

และ $a_n = a_1 r^{n-1}$

จะได้ $a_n = \dots\dots\dots (\dots\dots\dots - \dots\dots\dots)$

$= \dots\dots\dots (\dots\dots\dots)$

$= \dots\dots\dots$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต 10, -5, $\frac{5}{2}$, $-\frac{5}{4}$, ... คือ $\dots\dots\dots$

เฉลยเอกสารแนะแนวทางที่ 7 “พจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต”

1. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต 3, 9, 27, 81, ...

วิธีทำ จากลำดับเรขาคณิต 3, 9, 27, 81, ... จะได้ $a_1 = 3$ และ $r = \frac{9}{3} = 3$

$$\text{และ} \quad a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad a_n &= 3(3^{n-1}) \\ &= 3^{n-1+1} \\ &= 3^n \end{aligned}$$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต 3, 9, 27, 81, ... คือ 3^n

2. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต -3, -6, -12, -24, ...

วิธีทำ จากลำดับเรขาคณิต -3, -6, -12, -24, ... จะได้ $a_1 = -3$ และ $r = \frac{-6}{-3} = 2$

$$\text{และ} \quad a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad a_n &= -3(2^{n-1}) \\ &= -3(2^n \times 2^{-1}) \\ &= \frac{-3}{2} 2^n \end{aligned}$$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต -3, -6, -12, -24, ... คือ $\frac{-3}{2} 2^n$

3. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต -8, -0.8, -0.08, -0.008, ...

วิธีทำ จากลำดับเรขาคณิต -8, -0.8, -0.08, -0.008, ... จะได้ $a_1 = -8$ และ $r = \frac{-0.8}{-8} = 0.1$

$$\text{และ} \quad a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad a_n &= -8(0.1^{n-1}) \\ &= -8\left(\frac{1}{10}\right)^{n-1} \\ &= \frac{-8}{10^{n-1}} \end{aligned}$$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต -8, -0.8, -0.08, -0.008, ... คือ $\frac{-8}{10^{n-1}}$



ใบงานที่ 3

“การนำลำดับเรขาคณิตไปใช้แก้ปัญหาโจทย์”

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ใช้การแก้ปัญหาโจทย์ที่กำหนดให้โดยใช้ลำดับเรขาคณิตได้

ด้านสมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

ใช้ความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์ที่กำหนดให้โดยใช้ลำดับเรขาคณิตได้

คำชี้แจง

1. ให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม ๆ ละ 4 คน ร่วมแลกเปลี่ยนเรียนรู้แล้วแสดงวิธีทำโจทย์ที่กำหนดให้ถูกต้อง
2. ให้ตัวแทนกลุ่มออกนำเสนอการแสดงวิธีทำโจทย์ที่กำหนดให้และสมาชิกในกลุ่มที่เหลือร่วมแสดงความคิดเห็นเพิ่มเติม

1) กำหนดลำดับเรขาคณิตที่มีพจน์ที่ 4 เป็น -24 และพจน์ที่ 9 เป็น 768 จงหาพจน์ที่ n

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2) ลำดับเรขาคณิตที่มีพจน์ที่ 3 เป็น 12 พจน์ที่ n เป็น 768 และอัตราส่วนร่วมเป็น -2 จงหา n

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3) ถ้าลำดับเรขาคณิตชุดนี้มีพจน์ที่ 3 เป็น 2 และพจน์ที่ 7 คือ 2,592 จงหาพจน์ที่ n

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4) ลำดับเรขาคณิตชุดหนึ่งมีผลบวกสามพจน์แรกเท่ากับ 13 และผลคูณสามพจน์แรกเท่ากับ 27 จงหาสามพจน์แรกของลำดับเรขาคณิตนี้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5) ลำดับเรขาคณิตลำดับหนึ่งมีสี่พจน์ ถ้าพจน์แรกและพจน์สุดท้ายเท่ากับ 10 และ 1,250 ตามลำดับ จงหาผลบวกของสองพจน์กลางของลำดับนี้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

เฉลยใบงานที่ 3 “การนำลำดับเรขาคณิตไปใช้แก้ปัญหาโจทย์”

- 1) จากโจทย์พจน์ที่ 4 คือ -24 และพจน์ที่ 9 คือ 768 จะได้ $a_4 = -24$ และ $a_9 = 768$

$$\text{จาก } a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$\text{จะได้ } -24 = a_1 r^{4-1}$$

$$-24 = a_1 r^3 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{และ } 768 = a_1 r^{9-1}$$

$$768 = a_1 r^8 \quad \dots\dots\dots(2)$$

จาก (2) \div (1) จะได้

$$\frac{768}{-24} = \frac{a_1 r^8}{a_1 r^3}$$

$$r^5 = -32$$

$$r = -2$$

และ แทนค่า $r = -2$ ใน (1) จะได้

$$-24 = a_1 (-2)^3$$

$$a_1 = \frac{-24}{-8} = 3$$

ดังนั้น พจน์ที่ n คือ $a_n = 3(-2)^{n-1}$

- 2) จากโจทย์จะได้ $a_3 = 12$, $r = -2$ และ $a_n = 768$

$$\text{จาก } a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$\text{จะได้ } a_3 = a_1 (-2)^{3-1}$$

$$12 = a_1 (-2)^2$$

$$a_1 = \frac{12}{4} = 3$$

$$\text{นั่นคือ } 768 = 3(-2)^{n-1}$$

$$(-2)^{n-1} = \frac{768}{3} = 256 = 2^8$$

$$\text{จะได้ } n - 1 = 8$$

$$n = 9$$

ดังนั้น n คือ 9

- 3) จากโจทย์พจน์ที่ 3 เป็น 2 และพจน์ที่ 7 เป็น 2,592 จะได้ $a_3 = 2$ และ $a_7 = 2,592$

$$\text{จาก } a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$\text{จะได้ } 2 = a_1 r^{3-1}$$

$$2 = a_1 r^2 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{และ } 2,592 = a_1 r^{7-1}$$

$$2,592 = a_1 r^6 \quad \dots\dots\dots(2)$$

จาก (2) \div (1) จะได้

$$\frac{2,592}{2} = \frac{a_1 r^6}{a_1 r^2}$$

$$r^4 = 1,296$$

$$r = 6$$

และ แทนค่า $r = 6$ ใน (1) จะได้

$$2 = a_1 6^2$$

$$a_1 = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$$

ดังนั้น พจน์ที่ n คือ $a_n = \frac{1}{18} 6^{n-1}$

- 4) ให้ a_1, a_2, a_3 แทน พจน์ที่ 1, พจน์ที่ 2 และพจน์ที่ 3 ของลำดับเรขาคณิตตามลำดับ
จะได้ ผลบวกสามพจน์แรกของลำดับเท่ากับ

$$a_1 + a_2 + a_3 = 13 \quad \dots\dots\dots(1)$$

และ ผลคูณสามพจน์แรกของลำดับเท่ากับ

$$a_1 a_2 a_3 = 27 \quad \dots\dots\dots(2)$$

จาก $a_n = a_1 r^{n-1}$ พิจารณา $a_2 = a_1 r^{2-1} = a_1 r$ และ $a_3 = a_1 r^{3-1} = a_1 r^2$

แทนค่า a_2 และ a_3 ใน (2) จะได้

$$a_1(a_1 r)(a_1 r^2) = 27$$

$$(a_1 r)^3 = 27$$

นั่นคือ $a_1 r = 3$ จะได้ $a_2 = 3$

แทนค่า $a_2 = 3$ และ a_3 ใน (1) จะได้

$$a_1 + 3 + a_3 = 13$$

$$a_1 + a_3 = 10 \quad \dots\dots\dots(3)$$

พิจารณาเนื่องจาก a_1, a_2, a_3 เป็นลำดับเรขาคณิต จะได้

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2}$$

$$\frac{3}{a_1} = \frac{a_3}{3}$$

จะได้ $a_3 = \frac{9}{a_1}$

แทนค่าใน (3) จะได้

$$a_1 + \frac{9}{a_1} = 10$$

$$(a_1)^2 + 9 = 10a_1$$

$$(a_1)^2 - 10a_1 + 9 = 0$$

$$(a_1 - 9)(a_1 - 1) = 0$$

นั่นคือ $a_1 = 9$ หรือ $a_1 = 1$

ดังนั้น สามพจน์แรกของลำดับเรขาคณิตนี้ คือ 9, 3, 1 หรือ 1, 3, 9

5) จากโจทย์จะได้ $a_1 = 10$ และ $a_4 = 1,250$

จาก $a_n = a_1 r^{n-1}$ จะได้

$$1,250 = (10)r^{4-1}$$

$$125 = r^3$$

$$r = 5$$

นั่นคือ $a_2 + a_3 = (10)5^{2-1} + (10)5^{3-1}$

$$= (10)(5) + (10)(25)$$

$$= 50 + 250$$

$$= 300$$

ดังนั้น ผลบวกของสองพจน์กลางของลำดับนี้ คือ 300



ใบงานที่ 4

“การนำลำดับเรขาคณิตไปใช้แก้ปัญหาสถานการณ์”

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

- ใช้การเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ที่กำหนดให้โดยใช้ลำดับเรขาคณิต
- ได้

- ใช้การคิดสร้างสรรค์เพื่อแก้ปัญหาจากสถานการณ์ที่กำหนดให้โดยใช้ลำดับเรขาคณิตได้

ด้านสมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

- ใช้ความสามารถในการคิดเพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์ที่กำหนดให้โดยใช้ลำดับเรขาคณิตได้

คำชี้แจง

1. ให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม ๆ ละ 4 คน ร่วมแลกเปลี่ยนเรียนรู้แล้วแสดงวิธีแก้ปัญหาสถานการณ์ที่กำหนดให้ถูกต้อง
2. ให้ตัวแทนกลุ่มออกนำเสนอการแสดงวิธีแก้ปัญหาสถานการณ์ที่กำหนดให้และสมาชิกในกลุ่มที่เหลือร่วมแสดงความคิดเห็นเพิ่มเติม

2. ให้ตัวแทนกลุ่มออกนำเสนอการแสดงวิธีแก้ปัญหาสถานการณ์ที่กำหนดให้และสมาชิกในกลุ่มที่เหลือร่วมแสดงความคิดเห็นเพิ่มเติม

- 1) ปัจจุบันมีคนสามคนอายุ 5, 17 และ 47 ปี จงหาว่าอีกกี่ปี อายุคนทั้งสามคนเรียงเป็นลำดับ
เรขาคณิต

This image shows a full page of white paper with horizontal dashed lines, typical of primary school writing paper. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

.....

.....

.....

.....

.....

2) ลูกบอลตกจากที่สูง 6,400 เมตร เมื่อตกถึงพื้นลูกบอลจะกระดอนกลับไปสูงเป็นครึ่งหนึ่งของความสูงที่ตกลงมาเสมอ ถ้าปล่อยให้ลูกบอลกระดอนต่อไปเรื่อย ๆ จงหาว่าหลังจากลูกบอลตกถึงพื้นครั้งที่ 10 ลูกบอลจะกระดอนสูงเท่าใด

.....

.....

.....

.....

.....

3) เลี้ยงแบคทีเรียชนิดหนึ่งไว้ 10 ตัวพบว่าเมื่อไหร่ให้อาหาร แบคทีเรียจะเพิ่มเป็น 2 เท่าของทุก ๆ นาที จงหาสูตรสำหรับคำนวณจำนวนแบคทีเรียเมื่อเวลาผ่านไป t นาที พร้อมหาจำนวนแบคทีเรียเมื่อเวลาผ่านไป 15 นาที

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4) ลูกเหม็นลูกหนึ่งหนัก 1,000 กรัม พบว่าลูกเหม็นจะระเหิดเล็กลง 10% ต่อนาที จงหาสูตรคำนวณน้ำหนักลูกเหม็นหลังจากผ่านไป t นาที

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

เฉลยใบงานที่ 4 “การนำลำดับเรขาคณิตไปใช้แก้ปัญหาสถานการณ์”

- 1) เมื่อผ่านไป x ปีอายุคนทั้งสามคน เป็น $5 + x$, $17 + x$ และ $47 + x$ ตามลำดับ
ถ้าอายุคนทั้งสามคนเรียงเป็นลำดับเรขาคณิต จะได้

$$\begin{aligned}\frac{17+x}{5+x} &= \frac{47+x}{17+x} \\ (17+x)(17+x) &= (47+x)(5+x) \\ x^2 + 34x + 289 &= x^2 + 52x + 235 \\ 52x - 34x &= 289 - 235 \\ 18x &= 54 \\ x &= 3\end{aligned}$$

ดังนั้น เมื่อผ่านไป 3 ปีอายุคนทั้งสามคนจะเรียงเป็นลำดับเรขาคณิต

- 2) จากลูกบอลตกจากที่สูง 6,400 เมตร เมื่อตกถึงพื้นลูกบอลจะกระดอนกลับไปสูงเป็น
ครึ่งหนึ่งของความสูงที่ตกลงมาเสมอ

จะได้ ลูกบอลกระดอนครั้งที่ 1 เป็น 3,200 เมตร
ลูกบอลกระดอนครั้งที่ 2 เป็น 1,600 เมตร
ลูกบอลกระดอนครั้งที่ 3 เป็น 800 เมตร

ไปเรื่อย ๆ

เป็นลำดับเรขาคณิต 3,200, 1,600, 800, ...

ที่มี $a_1 = 3,200$, $r = \frac{1}{2}$ และ a_n แทน ระยะกระดอนของลูกบอลเมื่อผ่านไป n ครั้ง

จาก $a_n = a_1 r^{n-1}$ จะได้ $a_n = 3,200 \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

$$\begin{aligned}\text{นั่นคือ } a_{10} &= 3,200 \left(\frac{1}{2}\right)^{10-1} \\ &= 3,200 \left(\frac{1}{2}\right)^9 \\ &= \frac{3,200}{512} \\ &= 6.25\end{aligned}$$

ดังนั้น หลังจากลูกบอลตกถึงพื้นครั้งที่ 10 ลูกบอลจะกระดอนสูง 6.25 เมตร

- 3) จากเลี้ยงแบคทีเรียชนิดหนึ่งไว้ 10 พบว่าเมื่อไหร่ให้อาหาร แบคทีเรียจะเพิ่มเป็น 2 เท่าของทุก ๆ นาที

จะได้ เวลาผ่านไป 1 นาที จำนวนแบคทีเรีย เป็น 20 ตัว
 เวลาผ่านไป 2 นาที จำนวนแบคทีเรีย เป็น 40 ตัว
 เวลาผ่านไป 3 นาที จำนวนแบคทีเรีย เป็น 80 ตัว

ไปเรื่อย ๆ

เป็นลำดับเรขาคณิต 20, 40, 80, ...

ที่มี $a_1 = 20$, $r = 2$ และ a_t แทนจำนวนแบคทีเรียเมื่อเวลาผ่านไป t นาที

จาก $a_n = a_1 r^{n-1}$ จะได้ สูตรสำหรับคำนวณจำนวนแบคทีเรียเมื่อเวลาผ่านไป t นาที

$$a_t = 20(2^{t-1}) = 10(2^t) \quad \frac{1}{2} = 10(2^t)$$

นั่นคือจำนวนแบคทีเรียเมื่อเวลาผ่านไป 15 นาที

$$\begin{aligned} a_{15} &= 10(2^{15}) \\ &= 10(32,768) \\ &= 327,680 \end{aligned}$$

ดังนั้น สูตรสำหรับคำนวณจำนวนแบคทีเรียเมื่อเวลาผ่านไป t นาที คือ $10(2^t)$ และจำนวนแบคทีเรียเมื่อเวลาผ่านไป 15 นาที เท่ากับ 327,680 ตัว

- 4) จากลูกเหม็นลูกหนึ่งหนัก 1,000 กรัม พบว่าลูกเหม็นจะระเหิดเล็กลง 10% ต่อนาที

จะได้ เวลาผ่านไป 1 นาที ลูกเหม็นจะระเหิดเล็กลง เป็น 900 กรัม
 เวลาผ่านไป 2 นาที ลูกเหม็นจะระเหิดเล็กลง เป็น 810 กรัม
 เวลาผ่านไป 3 นาที ลูกเหม็นจะระเหิดเล็กลง เป็น 729 กรัม

ไปเรื่อย ๆ

เป็นลำดับเรขาคณิต 900, 810, 729, ...

$$\text{ที่มี } a_1 = 900, r = \frac{810}{900} = 0.9$$

และ a_t แทนค่าน้ำหนักลูกเหม็นหลังจากผ่านไป t นาที

จาก $a_n = a_1 r^{n-1}$ จะได้ สูตรสำหรับคำนวณจำนวนแบคทีเรียเมื่อเวลาผ่านไป t นาที

$$a_t = 900((0.9)^{t-1})$$

ดังนั้น สูตรคำนวณน้ำหนักลูกเหม็นหลังจากผ่านไป t นาที



แบบฝึกหัดที่ 3 “ลำดับเรขาคณิต”

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้

- บอกความหมายของลำดับเรขาคณิตได้
- หาพจน์ของลำดับเรขาคณิตจากลำดับที่กำหนดได้
- หาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิตได้
- นำลำดับเรขาคณิตไปใช้แก้ปัญหาโจทย์ที่กำหนดให้ได้
- นำลำดับเรขาคณิตไปใช้แก้สถานการณ์ที่กำหนดให้ได้

1. กำหนดลำดับดังตารางต่อไปนี้ เป็นลำดับเรขาคณิตหรือไม่โดยทำเครื่องหมาย / ลงในช่องว่าง พร้อมบอกเหตุผล

ลำดับ	ลำดับเลขคณิต		เหตุผล
	เป็น	ไม่เป็น	
3, -6, 12, -24, 48			
$\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}, \dots$			
0.2, 0.02, .002, 0.0002, 0.00002			
4, 8, 16, 32, 64, ...			
-4, 4, -4, 4, -4			
-2, 4, 8, 16, 32			
$3, 3\sqrt{3}, 9, 9\sqrt{3}, 27, \dots$			
13, 26, 52, 104, 210, ...			
2, 4, 6, 10, 16			
81, -27, 9, -3, 1			

2. จงหาสี่พจน์แรกของลำดับเรขาคณิต เมื่อกำหนดให้

- | | |
|-----------------------------------------------|------------------------------------|
| 1) $a_1 = 2$ และ $r = 2$ | 2) $a_1 = -2$ และ $r = 3$ |
| 3) $a_1 = \frac{1}{2}$ และ $r = -\frac{1}{2}$ | 4) $a_1 = 3$ และ $r = \frac{1}{3}$ |
| 5) $a_1 = -4$ และ $r = -2$ | 6) $a_1 = 5$ และ $r = 0.1$ |

3. จงหาพจน์ของลำดับเรขาคณิตที่กำหนดให้ต่อไปนี้

- 1) พจน์ที่ 12 เมื่อกำหนดลำดับเรขาคณิต 2, 4, 8, 16, ...
- 2) พจน์ที่ 13 เมื่อกำหนดให้ $a_1 = 2$ และ $r = -3$
- 3) a_7 เมื่อกำหนดให้ $a_1 = \frac{1}{2}$ และ $r = \frac{1}{3}$
- 4) a_8 เมื่อกำหนดลำดับเรขาคณิต 1, 7, 49, 343, ...
- 5) a_5 เมื่อกำหนดให้ $a_1 = -3$ และ $r = \frac{1}{2}$

4. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิตต่อไปนี้

- 1) 1, 3, 9, 27, 81, ...
- 2) -3, 6, -12, 24, -48, ...
- 3) 1, 0.3, 0.09, 0.027, 0.0081, ...
- 4) $\frac{1}{a}, \frac{1}{a^2}, \frac{1}{a^3}, \frac{1}{a^4}, \frac{1}{a^5}, \dots$
- 5) $2, 2\sqrt{2}, 4, 4\sqrt{2}, 8, \dots$
- 6) -2, -0.2, -0.02, -0.002, -0.0002, ...

5. จงหาพจน์แรกของลำดับเรขาคณิตที่มีพจน์ที่ 6 เป็น 4,096 และ อัตราส่วนร่วมเท่ากับ 4

6. จงหาผลคูณของพจน์ที่ 5 และพจน์ที่ 9 ของลำดับเรขาคณิต 162, -54, 18, ...

7. จงหาพจน์ที่อยู่ระหว่างสองพจน์ของลำดับเรขาคณิตที่มี $\frac{1}{2}$ และ $\frac{1}{54}$

8. กำหนดลำดับเรขาคณิตที่มีพจน์ที่ 5 เป็น 24 และพจน์ที่ 7 เป็น 96 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับนี้

9. กำหนดลำดับเรขาคณิต $5, 5\sqrt{2}, 10, \dots, 40$ มีทั้งหมดกี่พจน์

10. ถ้าสามพจน์แรกของลำดับเรขาคณิต คือ $a + 3, a + 20$ และ $a + 105$ จงหา a และพจน์ทั่วไปของลำดับนี้

11. อำเภอบ้านโป่งมีนโยบายลดถุงพลาสติกที่ใช้แล้วปีละ 4% ถ้าปีแรกที่มีการเริ่มลดขยะพลาสติกจำนวน 100,000 ถุง จงหาสูตรคำนวณจำนวนถุงพลาสติกที่ใช้แล้วในแต่ละปี พร้อมทั้งหาจำนวนถุงพลาสติกที่ใช้แล้วในปีที่ 8

12. ไวรัสจำนวน 1,000 ตัว เมื่ออาศัยอยู่ในพาหะจะเพิ่มจำนวนขึ้น 10% ทุก ๆ นาที จงหาสูตรคำนวณจำนวนไวรัสชนิดนี้เมื่อเวลาผ่านไป t นาที

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 3 “ลำดับเรขาคณิต”

1.

ลำดับ	ลำดับเลขคณิต		เหตุผล
	เป็น	ไม่เป็น	
3, -6, 12, -24, 48	/		มี -2 เป็นอัตราส่วนร่วม
$\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}, \dots$	/		มี $\frac{1}{2}$ เป็นอัตราส่วนร่วม
0.2, 0.02, .002, 0.0002, 0.00002	/		มี 0.1 เป็นอัตราส่วนร่วม
4, 8, 16, 32, 64, ...	/		มี 2 เป็นอัตราส่วนร่วม
-4, 4, -4, 4, -4	/		มี -1 เป็นอัตราส่วนร่วม
-2, 4, 8, 16, 32		/	อัตราส่วนร่วมไม่เท่ากัน
3, $3\sqrt{3}$, 9, $9\sqrt{3}$, 27, ...	/		มี $\sqrt{3}$ เป็นอัตราส่วนร่วม
13, 26, 52, 104, 210, ...		/	อัตราส่วนร่วมไม่เท่ากัน
2, 4, 6, 10, 16		/	อัตราส่วนร่วมไม่เท่ากัน
81, -27, 9, -3, 1	/		มี $-\frac{1}{3}$ เป็นอัตราส่วนร่วม

2.

1) จากโจทย์ $a_1 = 2$ และ $r = 2$

$$\text{จาก } a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$\text{จะได้ } a_2 = (2)2^{2-1} = (2)2^1 = 4$$

$$a_3 = (2)2^{3-1} = (2)2^2 = 8$$

$$a_4 = (2)2^{4-1} = (2)2^3 = 16$$

ดังนั้น สี่พจน์แรกของลำดับเรขาคณิตนี้ คือ 2, 4, 8 และ 16 ตามลำดับ

2) จากโจทย์ $a_1 = -2$ และ $r = 3$

$$\text{จาก } a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$\text{จะได้ } a_2 = (-2)3^{2-1} = (-2)3^1 = -6$$

$$a_3 = (-2)3^{3-1} = (-2)3^2 = -18$$

$$a_4 = (-2)3^{4-1} = (-2)3^3 = -54$$

ดังนั้น สี่พจน์แรกของลำดับเรขาคณิตนี้ คือ -2, -6, -18 และ -54 ตามลำดับ

3) จากโจทย์ $a_1 = \frac{1}{2}$ และ $r = -\frac{1}{2}$

จาก $a_n = a_1 r^{n-1}$

จะได้ $a_2 = \left(\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}\right)^{2-1} = \left(\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{4}$

$a_3 = \left(\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}\right)^{3-1} = \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{8}$

$a_4 = \left(\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}\right)^{4-1} = \left(\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{1}{8}\right) = -\frac{1}{16}$

ดังนั้น สี่พจน์แรกของลำดับเรขาคณิตนี้ คือ $\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{8}$ และ $-\frac{1}{16}$ ตามลำดับ

4) จากโจทย์ $a_1 = 3$ และ $r = \frac{1}{3}$

จาก $a_n = a_1 r^{n-1}$

จะได้ $a_2 = 3\left(\frac{1}{3}\right)^{2-1} = 3\left(\frac{1}{3}\right) = 1$

$a_3 = 3\left(\frac{1}{3}\right)^{3-1} = 3\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{3}$

$a_4 = 3\left(\frac{1}{3}\right)^{4-1} = 3\left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{9}$

ดังนั้น สี่พจน์แรกของลำดับเรขาคณิตนี้ คือ 3, 1, $\frac{1}{3}$ และ $\frac{1}{9}$ ตามลำดับ

5) จากโจทย์ $a_1 = -4$ และ $r = -2$

จาก $a_n = a_1 r^{n-1}$

จะได้ $a_2 = (-4)(-2)^{2-1} = (-4)(-2)^1 = 8$

$a_3 = (-4)(-2)^{3-1} = (-4)(-2)^2 = -16$

$a_4 = (-4)(-2)^{4-1} = (-4)(-2)^3 = 24$

ดังนั้น สี่พจน์แรกของลำดับเรขาคณิตนี้ คือ -4, 8, -16 และ 24 ตามลำดับ

6) จากโจทย์ $a_1 = 5$ และ $r = 0.1$

จาก $a_n = a_1 r^{n-1}$

จะได้ $a_2 = (5)(0.1)^{2-1} = (5)(0.1)^1 = 0.5$

$a_3 = (5)(0.1)^{3-1} = (5)(0.1)^2 = 0.05$

$a_4 = (5)(0.1)^{4-1} = (5)(0.1)^3 = 0.005$

ดังนั้น สี่พจน์แรกของลำดับเรขาคณิตนี้ คือ 5, 0.5, 0.05 และ 0.005 ตามลำดับ

3.

1) จากโจทย์กำหนดจะได้ $a_1 = 2$ และ $r = \frac{4}{2} = 2$

และ $a_n = a_1 r^{n-1}$

จะได้ $a_5 = (2)2^{12-1}$

$= (2)2^{11}$

$= (2)(2,048)$

$= 4,096$

ดังนั้น พจน์ที่ 12 ของลำดับเรขาคณิต 2, 4, 8, 16, ... คือ 4,096

2) จากโจทย์กำหนดจะได้ $a_1 = 2$ และ $r = -5$

และ $a_n = a_1 r^{n-1}$

จะได้ $a_{13} = (2)(-5)^{13-1}$

$= (2)(-5)^{12}$

$= (2)(531,441)$

$= 1,062,882$

ดังนั้น พจน์ที่ 13 ของลำดับเรขาคณิตที่มี $a_1 = 2$ และ $r = -5$ คือ 1,062,882

3) จากโจทย์กำหนดจะได้ $a_1 = \frac{1}{2}$ และ $r = \frac{1}{3}$

และ $a_n = a_1 r^{n-1}$

จะได้ $a_7 = \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{3}\right)^{7-1}$

$= \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{3}\right)^6$

$= \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{729}\right)$

$= \frac{1}{1,458}$

ดังนั้น a_7 ของลำดับเรขาคณิตที่มี $a_1 = \frac{1}{2}$ และ $r = \frac{1}{3}$ คือ $\frac{1}{1,458}$

4) จากโจทย์กำหนดจะได้ $a_1 = 1$ และ $r = \frac{7}{1} = 7$

และ $a_n = a_1 r^{n-1}$

จะได้ $a_8 = (1)7^{8-1}$

$$= (1)7^7$$

$$= 823,543$$

ดังนั้น a_8 ของลำดับเรขาคณิต 1, 7, 49, 343, ... คือ 823,543

5) จากโจทย์กำหนดจะได้ $a_1 = -3$ และ $r = \frac{1}{2}$

และ $a_n = a_1 r^{n-1}$

จะได้ $a_5 = (-3)\left(\frac{1}{2}\right)^{5-1}$

$$= (-3)\left(\frac{1}{2}\right)^4$$

$$= (-3)\frac{1}{16}$$

$$= -\frac{3}{16}$$

ดังนั้น a_5 ของลำดับเรขาคณิตที่มี $a_1 = -3$ และ $r = \frac{1}{2}$ คือ $-\frac{3}{16}$

4. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิตต่อไปนี้

1) จากลำดับเรขาคณิต 1, 3, 9, 27, 81, ... จะได้ $a_1 = 1$ และ $r = \frac{3}{1} = 3$

จาก $a_n = a_1 r^{n-1}$ จะได้

$$a_n = (1)3^{n-1}$$

$$= 3^{n-1}$$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต 1, 3, 9, 27, 81, ... คือ 3^{n-1}

2) จากลำดับเรขาคณิต -3, 6, -12, 24, -48, ... จะได้ $a_1 = -3$ และ $r = \frac{6}{-3} = -2$

จาก $a_n = a_1 r^{n-1}$ จะได้

$$a_n = (-3)(-2)^{n-1}$$

$$= (-3)(-2)^n(-2)^{-1}$$

$$= (-3)(-2)^n\left(\frac{1}{-2}\right)$$

$$= \left(\frac{3}{2}\right)(-2)^n$$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต -3, 6, -12, 24, -48, ... คือ $\left(\frac{3}{2}\right)(-2)^n$

- 3) จากลำดับเรขาคณิต 1, 0.3, 0.09, 0.027, 0.0081, ... จะได้ $a_1 = 1$

$$\text{และ } r = \frac{0.3}{1} = 0.3$$

จาก $a_n = a_1 r^{n-1}$ จะได้

$$\begin{aligned} a_n &= (1)(0.3)^{n-1} \\ &= \left(\frac{3}{10}\right)^{n-1} \end{aligned}$$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต 1, 0.3, 0.09, 0.027, 0.0081, ...

$$\text{คือ } \left(\frac{3}{10}\right)^{n-1}$$

- 4) จากลำดับเรขาคณิต $\frac{1}{a}, \frac{1}{a^2}, \frac{1}{a^3}, \frac{1}{a^4}, \frac{1}{a^5}, \dots$ จะได้ $a_1 = \frac{1}{a}$

$$\text{และ } r = \frac{\frac{1}{a^2}}{\frac{1}{a}} = \frac{1}{a}$$

จาก $a_n = a_1 r^{n-1}$ จะได้

$$\begin{aligned} a_n &= \left(\frac{1}{a}\right)\left(\frac{1}{a}\right)^{n-1} \\ &= \left(\frac{1}{a}\right)\left(\frac{1}{a}\right)^{n-1} \\ &= \left(\frac{1}{a}\right)^{n-1+1} \\ &= \left(\frac{1}{a}\right)^n \end{aligned}$$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต $\frac{1}{a}, \frac{1}{a^2}, \frac{1}{a^3}, \frac{1}{a^4}, \frac{1}{a^5}, \dots$ คือ $\left(\frac{1}{a}\right)^n$

- 5) จากลำดับเรขาคณิต $2, 2\sqrt{2}, 4, 4\sqrt{2}, 8, \dots$ จะได้ $a_1 = 2$

$$\text{และ } r = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

จาก $a_n = a_1 r^{n-1}$ จะได้

$$\begin{aligned} a_n &= (2)(\sqrt{2})^{n-1} \\ &= (2)(\sqrt{2})^n (\sqrt{2})^{-1} \\ &= \sqrt{2} (\sqrt{2})^n \end{aligned}$$

$$= (\sqrt{2})^{n+1}$$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต $-2, 2\sqrt{2}, 4, 4\sqrt{2}, 8, \dots$

$$\text{คือ } (\sqrt{2})^{n+1}$$

6) จากลำดับเรขาคณิต $-2, -0.2, -0.02, -0.002, -0.0002, \dots$

$$\text{จะได้ } a_1 = -2 \text{ และ } r = \frac{-0.2}{-2} = 0.1$$

$$\text{จาก } a_n = a_1 r^{n-1} \text{ จะได้}$$

$$a_n = (-2)(0.1)^{n-1}$$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต $-2, -0.2, -0.02, -0.002, -0.0002, \dots$

$$\text{คือ } (-2)(0.1)^{n-1}$$

5. จากโจทย์กำหนด พจน์ที่ 6 เป็น 4,096 จะได้ $a_6 = 4,096$

$$\text{และ } r = 4$$

$$\text{จาก } a_n = a_1 r^{n-1} \text{ จะได้}$$

$$a_6 = a_1 (4)^{6-1}$$

$$4,096 = a_1 4^5$$

$$\frac{4,096}{1,024} = a_1$$

$$a_1 = 4$$

ดังนั้น พจน์แรกของลำดับเรขาคณิตที่มีพจน์ที่ 6 เป็น 4,096 และ อัตราส่วนร่วมเท่ากับ 4 คือ 4

6. จากโจทย์กำหนดลำดับเรขาคณิต $162, -54, 18, \dots$

$$\text{จะได้ } a_1 = 162 \text{ และ } r = \frac{-54}{162} = -\frac{1}{3}$$

$$\text{จาก } a_n = a_1 r^{n-1} \text{ จะได้}$$

$$a_5 = (162) \left(-\frac{1}{3} \right)^{5-1}$$

$$= (162) \left(-\frac{1}{3} \right)^4$$

$$= (162) \left(\frac{1}{81} \right)$$

$$= 2$$

$$\begin{aligned}
 \text{และ } a_9 &= (162)\left(-\frac{1}{3}\right)^{9-1} \\
 &= (162)\left(-\frac{1}{3}\right)^8 \\
 &= (162)\left(\frac{1}{6,561}\right) \\
 &= \frac{2}{81}
 \end{aligned}$$

ดังนั้น ผลคูณของพจน์ที่ 5 และพจน์ที่ 9 ของลำดับเรขาคณิต 162, -54, 18, ...

$$\text{คือ } 2\left(\frac{2}{81}\right) = \frac{4}{81}$$

7. จากโจทย์กำหนดลำดับเรขาคณิตที่มี $\frac{1}{2}$ และ $\frac{1}{54}$

$$\text{จะได้ } a_1 = \frac{1}{2} \text{ และ } a_4 = \frac{1}{54}$$

ให้ a_2 และ a_3 แทนสองพจน์ที่อยู่ a_1 และ a_4 ตามลำดับ

จาก $a_n = a_1 r^{n-1}$ จะได้

$$\frac{1}{54} = \left(\frac{1}{2}\right) r^{4-1}$$

$$\frac{1}{54} (2) = r^3$$

$$r^3 = \frac{1}{27}$$

$$r = \frac{1}{3}$$

$$\text{นั่นคือ } a_2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \text{ และ } a_3 = \frac{1}{6} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{18}$$

ดังนั้น พจน์ที่อยู่ระหว่างสองพจน์ของลำดับเรขาคณิตที่มี $\frac{1}{2}$ และ $\frac{1}{54}$ คือ

$$\frac{1}{6} \text{ และ } \frac{1}{18} \text{ ตามลำดับ}$$

8. จากโจทย์กำหนด จะได้ $a_5 = 24$ และ $a_7 = 96$

$$\text{จาก } a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$\text{จะได้ } a_5 = a_1 r^{5-1}$$

$$24 = a_1 r^4 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{และ } a_7 = a_1 r^{7-1}$$

$$96 = a_1 r^6 \quad \dots\dots\dots(2)$$

จาก $(2) \div (1)$ จะได้

$$\frac{96}{24} = \frac{a_1 r^6}{a_1 r^4}$$

$$r^2 = 4$$

$$r = \pm 2$$

และ แทนค่า $r = 2$ ใน (1) จะได้

$$24 = a_1 (2)^4$$

$$a_1 = \frac{24}{16} = \frac{3}{2}$$

นั่นคือจะได้ $a_n = \frac{3}{2} (2^{n-1})$ และ $a_n = \frac{3}{2} ((-2)^{n-1})$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับนี้ คือ $\frac{3}{2} (2^{n-1})$ และ $\frac{3}{2} ((-2)^{n-1})$

9. จากโจทย์กำหนดลำดับเรขาคณิต $5, 5\sqrt{2}, 10, \dots, 40$

จะได้ $a_1 = 5, a_n = 40$ และ อัตราส่วนร่วม คือ $r = \frac{5\sqrt{2}}{5} = \sqrt{2}$

จาก $a_n = a_1 r^{n-1}$ จะได้

$$40 = (5) \sqrt{2}^{n-1}$$

$$\frac{40}{5} = \sqrt{2}^{n-1}$$

$$8 = 2^{\frac{1}{2}(n-1)}$$

$$2^3 = 2^{\frac{1}{2}(n-1)}$$

นั่นคือจะได้ $\frac{1}{2}(n-1) = 3$

$$n-1 = 6$$

$$n = 7$$

ดังนั้น ลำดับเรขาคณิต $5, 5\sqrt{2}, 10, \dots, 40$ มีทั้งหมด 7 พจน์

10. ถ้าสามพจน์แรกของลำดับเรขาคณิต คือ $a + 3$, $a + 20$ และ $a + 105$ จงหา a และพจน์ทั่วไปของลำดับนี้

จากโจทย์กำหนดสามพจน์แรกของลำดับเรขาคณิต คือ $a + 3$, $a + 20$ และ $a + 105$

จะได้ $a_1 = a + 3$, $a_2 = a + 20$ และ $a_3 = a + 105$

$$\text{นั่นคือ} \quad \frac{a+20}{a+3} = \frac{a+105}{a+20}$$

$$(a + 20)^2 = (a + 105)(a + 3)$$

$$a^2 + 40a + 400 = a^2 + 108a + 315$$

$$68a = 85$$

$$a = \frac{85}{68}$$

$$= \frac{5}{4}$$

$$\text{จะได้ } a_1 = \frac{5}{4} + 3 = \frac{17}{4}$$

สามพจน์แรกของลำดับเรขาคณิต คือ $\frac{17}{4}$, $\frac{85}{4}$ และ $\frac{425}{4}$

$$\text{นั่นคือ } r = \frac{\frac{85}{4}}{\frac{17}{4}} = 5$$

จาก $a_n = a_1 r^{n-1}$ จะได้

$$a_n = \frac{17}{4} 5^{n-1}$$

ดังนั้น $a = \frac{5}{4}$ และ พจน์ทั่วไปของลำดับนี้ คือ $\frac{17}{4} 5^{n-1}$

11. ให้ k แทนจำนวนปีที่ลดถุงพลาสติกที่ใช้แล้ว

พิจารณาการลดถุงพลาสติก 2 ปีแรก ดังนี้

ปีที่ 1 มีการเริ่มลดถุงพลาสติกจำนวน 100,000 ถุง

ปีที่ 2 ถุงพลาสติกเดิม + จำนวนถุงพลาสติกที่ลด

$$100,000 + 100,000(0.04) = 100,000(1 + 0.04)$$

ปีที่ 3 ถุงพลาสติกเดิม + จำนวนถุงพลาสติกที่ลด

$$100,000(1 + 0.04) + 100,000(1 + 0.04)(0.04)$$

$$= 100,000(1.04)(1 + 0.04)$$

$$= 100,000(1.04)(1.04)$$

$$= 100,000(1.04)^2$$

จะเห็นว่าเมื่อนำจำนวนถุงพลาสติกที่ใช้แล้วในแต่ละปีเขียนเรียงตามลำดับ จะเป็น

ลำดับเรขาคณิตที่มี 1.04 เป็นอัตราส่วนร่วม ดังนี้

$$100,000, 100,000(1.04), 100,000(1.04)^2, \dots$$

ดังนั้นหาสูตรคำนวณจำนวนถุงพลาสติกที่ใช้แล้วในแต่ละปี

$$\text{จาก } a_n = a_1 r^{n-1}$$

จะได้ สูตรคำนวณจำนวนถุงพลาสติกที่ใช้แล้วในแต่ละปี

$$a_k = 100,000(1.04)^{k-1}$$

นั่นคือ หาจำนวนถุงพลาสติกที่ใช้ในปีที่ 8

$$a_8 = 100,000(1.04)^{8-1}$$

$$= 100,000(1.04)^7$$

$$\approx 100,000(1.315932)$$

$$\approx 131,592$$

นั่นคือ จำนวนถุงพลาสติกที่ใช้ในปีที่ 8 ประมาณ 131,592 ถุง

ดังนั้น สูตรคำนวณจำนวนถุงพลาสติกที่ใช้แล้วในแต่ละปี คือ $a_k = 100,000(1.04)^{k-1}$

และจำนวนถุงพลาสติกที่ใช้ในปีที่ 8 ประมาณ 131,592 ถุง

12. ให้ t แทนจำนวนเวลาการเพิ่มจำนวนไวรัสเป็นนาทีก

พิจารณาจำนวนไวรัส 3 นาที่แรก ดังนี้

นาที่ที่ 1 จำนวนไวรัสเป็น 1,100 ตัว

นาที่ที่ 2 จำนวนไวรัสเป็น 1,210 ตัว

นาที่ที่ 3 จำนวนไวรัสเป็น 1,331 ตัว

จะเห็นว่าเมื่อนำจำนวนการเพิ่มของไวรัสแต่ละนาที่เขียนเรียงตามลำดับ จะเป็น

ลำดับเรขาคณิตที่มี 1.10 เป็นอัตราส่วนร่วม ดังนี้

$$1,100, 1,210, 1,331, \dots$$

$$\text{จาก } a_n = a_1 r^{n-1}$$

ดังนั้นจะได้ สูตรคำนวณจำนวนไวรัสชนิดนี้เมื่อเวลาผ่านไป t นาที่ คือ

$$a_t = 1,100(1.10)^{t-1}$$

สื่อโปรแกรม Power Point เรื่อง “ลำดับ”(ลำดับเรขาคณิต) หน้า 45 - 52

ลำดับเรขาคณิต

ความหมายของลำดับเรขาคณิต

ตัวอย่างที่ 1 พิจารณาลำดับต่อไปนี้

2 6 18 54 162
 $\times 3 \quad \times 3 \quad \times 3 \quad \times 3$

32 16 8 4 2
 $\times \frac{1}{2} \quad \times \frac{1}{2} \quad \times \frac{1}{2} \quad \times \frac{1}{2}$

1 -3 9 -27 81
 $\times (-3) \quad \times (-3) \quad \times (-3) \quad \times (-3)$

ลำดับเรขาคณิต

back Next

ลำดับเรขาคณิต

ความหมายของลำดับเรขาคณิต

ลำดับเรขาคณิต(geometric sequence) คือ ลำดับที่มีอัตราส่วนของพจน์ที่ $n + 1$ ต่อพจน์ที่ n เป็นค่าคงตัวที่เท่ากันสำหรับทุกจำนวนจริงบวก n และเรียกค่าคงตัวที่เป็นอัตราส่วนนี้ว่า อัตราส่วนร่วม(common ratio)

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดลำดับเรขาคณิต 4, 8, 16, 32, 64, ...

จะได้ว่า

$\frac{8}{4} = 2$ $\frac{32}{16} = 2$
 $\frac{16}{8} = 2$ $\frac{64}{32} = 2$

อัตราส่วนร่วม(r) คือ 2

back Next

ลำดับเรขาคณิต

ความหมายของลำดับเรขาคณิต

ตัวอย่างที่ 2 กำหนดลำดับเรขาคณิต 125, 25, 5, 1, ... และลำดับเรขาคณิต 8, 24, 72, 216, ...

จะได้ว่า

$\frac{25}{125} = \frac{1}{5}$ $\frac{24}{8} = 3$
 $\frac{5}{25} = \frac{1}{5}$ $\frac{72}{24} = 3$
 $\frac{1}{5} = \frac{1}{5}$ $\frac{216}{72} = 3$

อัตราส่วนร่วม(r) คือ $\frac{1}{5}$ **อัตราส่วนร่วม(r) คือ 3**

back Next

ลำดับเรขาคณิต

ความหมายของลำดับเรขาคณิต

ตัวอย่างที่ 3 จงพิจารณาลำดับ 2, 10, 50, 250, 1,250 เป็นลำดับเรขาคณิตหรือไม่ พร้อมให้เหตุผล

วิธีทำ จากลำดับ 2, 10, 50, 250, 1,250 ให้ r เป็นอัตราส่วนระหว่างพจน์หลังและพจน์หน้าที่อยู่ติดกัน

จะได้ว่า $r_1 = \frac{10}{2} = 5$ $r_4 = \frac{1,250}{250} = 5$
 $r_2 = \frac{50}{10} = 5$ **มีอัตราส่วนร่วม(r) คือ 5 เท่ากันทั้งหมด**
 $r_3 = \frac{250}{50} = 5$

ดังนั้น ลำดับ 2, 10, 50, 250, 1,250 เป็นลำดับเรขาคณิต เพราะมีอัตราส่วนร่วมเท่ากับ 5

back Next

ลำดับเรขาคณิต

ความหมายของลำดับเรขาคณิต

ตัวอย่างที่ 4 จงพิจารณาลำดับ -3, -12, -48, -192, -768 เป็นลำดับเรขาคณิตหรือไม่ พร้อมให้เหตุผล

วิธีทำ จากลำดับ -3, -12, -48, -192, -768 ให้ r เป็นอัตราส่วนระหว่างพจน์หลังและพจน์หน้าที่อยู่ติดกัน

จะได้ว่า $r_1 = \frac{-12}{-3} = 4$ $r_4 = \frac{-768}{-192} = 4$
 $r_2 = \frac{-48}{-12} = 4$ **มีอัตราส่วนร่วม(r) คือ 4 เท่ากันทั้งหมด**
 $r_3 = \frac{-192}{-48} = 4$

ดังนั้น ลำดับ -3, -12, -48, -192, -768 เป็นลำดับเรขาคณิต เพราะมีอัตราส่วนร่วมเท่ากับ 4

back Next

ลำดับเรขาคณิต

ความหมายของลำดับเรขาคณิต

ตัวอย่างที่ 5 จงพิจารณาลำดับ 15,552, 2,592, 432, 72, 12 เป็นลำดับเรขาคณิตหรือไม่ พร้อมให้เหตุผล

วิธีทำ จากลำดับ 15,552, 2,592, 432, 72, 12 ให้ r เป็นอัตราส่วนระหว่างพจน์หลังและพจน์หน้าที่อยู่ติดกัน

จะได้ว่า $r_1 = \frac{2,592}{15,552} = \frac{1}{6}$ $r_4 = \frac{12}{72} = \frac{1}{6}$
 $r_2 = \frac{432}{2,592} = \frac{1}{6}$ **มีอัตราส่วนร่วม(r) คือ $\frac{1}{6}$ เท่ากันทั้งหมด**
 $r_3 = \frac{72}{432} = \frac{1}{6}$

ดังนั้น ลำดับ 15,552, 2,592, 432, 72, 12 เป็นลำดับเรขาคณิต เพราะมีอัตราส่วนร่วมเท่ากับ $\frac{1}{6}$

back Next

ลำดับเรขาคณิต

ความหมายของลำดับเรขาคณิต

ตัวอย่างที่ 6 จงพิจารณาลำดับ 7, 14, 28, 56, 168 เป็นลำดับเรขาคณิตหรือไม่ พร้อมให้เหตุผล

วิธีทำ จากลำดับ 7, 14, 28, 56, 168 ให้ r เป็นอัตราส่วนระหว่างพจน์หลังและพจน์หน้าที่อยู่ติดกัน

จะได้ว่า $r_1 = \frac{14}{7} = 2$ $r_4 = \frac{168}{56} = 3$
 $r_2 = \frac{28}{14} = 2$ **อัตราส่วนร่วม(r) ไม่เท่ากันทั้งหมด**
 $r_3 = \frac{56}{28} = 2$

ดังนั้น ลำดับ 7, 14, 28, 56, 168 ไม่เป็นลำดับเรขาคณิต เพราะมีอัตราส่วนร่วมไม่เท่ากัน

back Next

ลำดับเรขาคณิต

ความหมายของลำดับเรขาคณิต

กำหนดลำดับเรขาคณิต $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ มีอัตราส่วนร่วมเป็น r

$a_2 = a_1 r$
 $a_3 = a_2 r = (a_1 r) r = a_1 r^2$
 $a_4 = a_3 r = (a_1 r^2) r = a_1 r^3$
 $a_5 = a_4 r = (a_1 r^3) r = a_1 r^4$
 \vdots
 $a_n = a_1 r^{n-1}$

ดังนั้น พจน์ที่ n ของ ลำดับเรขาคณิต คือ $a_n = a_1 r^{n-1}$
 a_1 เป็นพจน์แรก
 r เป็น อัตราส่วนร่วมของลำดับเรขาคณิต

back Next

สื่อโปรแกรม Power Point เรื่อง “ลำดับ”(ลำดับเรขาคณิต) หน้า 53 - 60

ลำดับเรขาคณิต

การหาพจน์ของลำดับเรขาคณิต

ตัวอย่างที่ 7 จงหาพจน์ที่ 4, 5, 6 และ 7 ของลำดับเรขาคณิต ที่มีพจน์แรกเป็น 2 และอัตราส่วนร่วมเป็น 3

วิธีทำ วิธีที่ 1 ใช้สูตร $a_n = a_1 r^{n-1}$ หาพจน์

จากโจทย์กำหนด $a_1 = 2$, $r = 3$ และ $a_n = a_1 r^{n-1}$

จะได้ $a_4 = (2)(3)^{4-1} = (2)(27) = 54$
 $a_5 = (2)(3)^{5-1} = (2)(81) = 162$
 $a_6 = (2)(3)^{6-1} = (2)(243) = 486$
 $a_7 = (2)(3)^{7-1} = (2)(729) = 1,458$

ดังนั้น พจน์ที่ 4, 5, 6 และ 7 ของลำดับเรขาคณิต คือ 54, 162, 486 และ 1,458

back Next

ลำดับเรขาคณิต

การหาพจน์ของลำดับเรขาคณิต

ตัวอย่างที่ 7 จงหาพจน์ที่ 4, 5, 6 และ 7 ของลำดับเรขาคณิต ที่มีพจน์แรกเป็น 2 และอัตราส่วนร่วมเป็น 3

วิธีทำ วิธีที่ 2 ใช้สูตร $a_n = a_1 r^{n-1}$ เพียงครั้งเดียว

จากโจทย์กำหนด $a_1 = 2$, $r = 3$ และ $a_n = a_1 r^{n-1}$

จะได้ $a_4 = (2)(3)^{4-1} = (2)(27) = 54$
 $a_5 = a_4 r = (54)(3) = 162$
 $a_6 = a_5 r = (162)(3) = 486$
 $a_7 = a_6 r = (486)(3) = 1,458$

ดังนั้น พจน์ที่ 4, 5, 6 และ 7 ของลำดับเรขาคณิต คือ 54, 162, 486 และ 1,458

back Next

ลำดับเรขาคณิต

การหาพจน์ของลำดับเรขาคณิต

ตัวอย่างที่ 8 จงหาพจน์ที่ 4 และ พจน์ที่ 7 ของลำดับเรขาคณิต 1, 4, 16, ...

วิธีทำ ให้ a_1 แทน พจน์ที่ 1 และ a_n แทน พจน์ที่ n ของลำดับเรขาคณิต 1, 4, 16, ...

จากโจทย์ จะได้ $a_1 = 1$, $r = 4$ และ $a_n = a_1 r^{n-1}$

จะได้ว่า $a_4 = (1)(4)^{4-1} = (1)(64) = 64$
 $a_7 = (1)(4)^{7-1} = (1)(4,096) = 4,096$

ดังนั้น พจน์ที่ 4 และ พจน์ที่ 7 ของลำดับเรขาคณิต 1, 4, 16, ... คือ 64 และ 4,096 ตามลำดับ

back Next

ลำดับเรขาคณิต

การหาพจน์ของลำดับเรขาคณิต

ตัวอย่างที่ 9 กำหนดลำดับเรขาคณิต -2, 4, -8, 16, ... แล้วพจน์ที่ 8 มากกว่าพจน์ที่ 5 เท่าใด

วิธีทำ ให้ a_1 แทน พจน์ที่ 1 และ a_n แทน พจน์ที่ n ของลำดับเรขาคณิต -2, 4, -8, 16, ...

จากโจทย์จะได้ $a_1 = -2$, $r = -2$ และ $a_n = a_1 r^{n-1}$

จะได้ว่า $a_5 = (-2)(-2)^{5-1} = (-2)(16) = -32$
 $a_8 = (-2)(-2)^{8-1} = (-2)(-128) = 256$

ดังนั้น เมื่อกำหนดลำดับเรขาคณิต -2, 4, -8, 16, ... แล้วพจน์ที่ 8 มากกว่าพจน์ที่ 5 คือ $256 - (-32) = 288$

back Next

ลำดับเรขาคณิต

การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต

ตัวอย่างที่ 10 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต 2, 8, 32, 128, 512, ...

วิธีทำ จากโจทย์ จะได้ $a_1 = 2$ และ $r = \frac{8}{2} = 4$

จาก $a_n = a_1 r^{n-1}$

จะได้ $a_n = (2)(4)^{n-1}$
 $= (2)(2^2)^{n-1}$
 $= (2)(2^{2(n-1)})$
 $= 2^{2n-1}$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต 2, 8, 32, 128, 512, ... คือ $a_n = 2^{2n-1}$

back Next

ลำดับเรขาคณิต

การหาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต

ตัวอย่างที่ 11 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต 3, 6, 12, 24, 48, ...

วิธีทำ จากโจทย์ จะได้ $a_1 = 3$ และ $r = \frac{6}{3} = 2$

จาก $a_n = a_1 r^{n-1}$

จะได้ $a_n = (3)(2)^{n-1}$
 $= (3)(2^1)^{n-1}$
 $= \frac{3}{2} 2^n$

ดังนั้นพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต 3, 6, 12, 24, 48, ... คือ $a_n = \frac{3}{2} 2^n$

back Next

ลำดับเรขาคณิต

การนำลำดับเรขาคณิตไปใช้แก้ปัญหาโจทย์

ตัวอย่างที่ 12 จงหาพจน์ที่ 8 ของลำดับเรขาคณิตที่มีพจน์ที่ 3 เท่ากับ 5 และ อัตราส่วนร่วมเป็น 3

วิธีทำ จากโจทย์ จะได้ $a_3 = 5$ และ $r = 3$

หา a_1 จาก $a_n = a_1 r^{n-1}$

จะได้ $a_3 = a_1 r^{3-1}$
 $5 = a_1 (3)^2$
 $a_1 = \frac{5}{9}$

นั่นคือ $a_n = a_1 r^{n-1}$
 $= \left(\frac{5}{9}\right) 3^{n-1}$
 $= (5) 3^{n-3}$
 $= (5) 243$
 $= 1,215$

ดังนั้นพจน์ที่ 8 ของลำดับเรขาคณิตที่มีพจน์ที่ 3 เท่ากับ 5 และอัตราส่วนร่วมเป็น 3 คือ 1,215

back Next

ลำดับเรขาคณิต

การนำลำดับเรขาคณิตไปใช้แก้ปัญหาโจทย์

ตัวอย่างที่ 13 ลำดับเรขาคณิตที่มีพจน์ที่ 4 เท่ากับ -24 และพจน์ที่ 9 เท่ากับ 768 จงหาพจน์ที่ n

วิธีทำ จากโจทย์ จะได้ $a_4 = -24$ และ $a_9 = 768$

หา a_1 และ r จาก $a_n = a_1 r^{n-1}$

จะได้ $a_4 = a_1 r^{4-1}$
 $-24 = a_1 r^3$ (1)
 $a_9 = a_1 r^{9-1}$
 $768 = a_1 r^8$ (2)

นำ (2) ÷ (1) จะได้
 $-32 = r^5$
 $r = -2$

แทนค่า $r = -2$ ใน (1) จะได้
 $-24 = a_1 (-2)^3$
 $a_1 = 3$

ดังนั้น พจน์ที่ n ของลำดับนี้ คือ $a_n = (3)(-2)^{n-1}$

back Next

สื่อโปรแกรม Power Point เรื่อง “ลำดับ” (ลำดับเรขาคณิต) หน้าที่ 61 – 63

ลำดับเรขาคณิต

การนำลำดับเรขาคณิตไปใช้แก้ปัญหาโจทย์

ตัวอย่างที่ 14 กำหนดลำดับเรขาคณิต $(a_1, a_2, a_3) = 64$ และ $a_1 = 12$ จงหาลำดับเรขาคณิตนี้

วิธีทำ จากโจทย์ จะได้ $a_1 = 12$
พิจารณาลำดับเรขาคณิตนี้ จะได้ $a_1, a_1r, a_1r^2, \dots, a_1r^{n-1}, \dots$
จาก $(a_1, a_2, a_3) = 64$
จะได้ $(a_1, a_1r, a_1r^2) = 64$
 $(a_1)^3 = 64$
 $(a_1r)^3 = 64$
 $a_1r = 4$
แทนค่า $a_1 = 12$ จะได้
 $(12)r = 4$

$r = \frac{1}{3}$

ดังนั้น ลำดับเรขาคณิตนี้ คือ $12, 4, \frac{4}{3}, \dots$

back Next

ลำดับเรขาคณิต

การนำลำดับเรขาคณิตไปใช้แก้ปัญหาสถานการณ์ที่กำหนดให้

ตัวอย่างที่ 15 ฟาร์มเลี้ยงไก่แห่งหนึ่ง ในสัปดาห์แรกพบมีโกดิดเชื้อไวรัสตาย 2 ตัว เมื่อสำรวจพบว่า มีโกดิดเชื้อไวรัสตายเพิ่มขึ้น 4 ตัวของทุกสัปดาห์ อยากทราบว่าในสัปดาห์ที่ 5 มีโกดิดเชื้อไวรัสตายกี่ตัว

วิธีทำ จากโจทย์กำหนดให้
ฟาร์มเลี้ยงไก่แห่งหนึ่ง ในสัปดาห์แรกพบมีโกดิดเชื้อไวรัสตาย 2 ตัว เมื่อสำรวจพบว่า มีโกดิดเชื้อไวรัสตายเพิ่มขึ้น 4 ตัวของทุกสัปดาห์เป็น ลำดับเรขาคณิต จะได้ อัตราส่วนร่วม เท่ากับ 4
สัปดาห์แรกพบมีโกดิดเชื้อไวรัสตาย 2 ตัว เป็นพจน์แรก จะได้ a_1 เท่ากับ 2 และให้ a_5 เป็นจำนวนโกดิดเชื้อไวรัสตายในสัปดาห์ที่ 5

back Next

ลำดับเรขาคณิต

การนำลำดับเรขาคณิตไปใช้แก้ปัญหาสถานการณ์ที่กำหนดให้

ตัวอย่างที่ 15 ฟาร์มเลี้ยงไก่แห่งหนึ่ง ในสัปดาห์แรกพบมีโกดิดเชื้อไวรัสตาย 2 ตัว เมื่อสำรวจพบว่า มีโกดิดเชื้อไวรัสตายเพิ่มขึ้นประมาณ 4 ตัวของทุกสัปดาห์ อยากทราบว่าในสัปดาห์ที่ 5 มีโกดิดเชื้อไวรัสตายประมาณกี่ตัว

วิธีทำ จาก $a_n = a_1r^{n-1}$
จะได้ $a_5 = (2)(4)^{5-1}$
 $= (2)(4)^4$
 $= (2)(256)$
 $= 512$
ดังนั้นในสัปดาห์ที่ 5 มีโกดิดเชื้อไวรัสตายประมาณ 512 ตัว

back Next



แบบทดสอบเก็บคะแนนหลังเรียนครั้งที่ 3 เรื่อง “ลำดับเรขาคณิต”
รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน รหัสวิชา ค32102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
เวลา 30 นาที คะแนนเต็ม 10 คะแนน

คำชี้แจง

- 1) ข้อสอบฉบับนี้เป็นข้อสอบแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 10 ข้อ ใช้เวลาทำข้อสอบ 30 นาที
- 2) ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียวแล้วทำเครื่องหมาย (X) ลงในกระดาษคำตอบ

มาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด

ค 1.2 ม.5/2 เข้าใจและนำความรู้เกี่ยวกับลำดับและอนุกรมไปใช้

จุดประสงค์การเรียนรู้ บอกความหมายของลำดับเรขาคณิตได้

1. ลำดับในข้อใดเป็นลำดับเรขาคณิต

- | | |
|-------------------------------|------------------------------|
| 1) -3, -6, -12, -24, -28, ... | 2) -5, 10, -20, 40, -60, ... |
| 3) 2, -4, -8, -16, 32, ... | 4) -3, 6, -12, 36, -72, ... |

2. ข้อใดต่อไปนี้ ไม่ถูกต้อง

- 1) 3, 18, 108, 648, 3,888, ... เป็นลำดับเรขาคณิต มีอัตราส่วนร่วมเป็น 6
- 2) $12, 6, 3, \frac{3}{2}, \frac{3}{4}, \dots$ เป็นลำดับเรขาคณิต มีผลต่างร่วมเป็น $\frac{1}{2}$
- 3) 3, 6, 9, 12, 36, ... เป็นลำดับเรขาคณิต มีผลต่างร่วมเป็น 3
- 4) 5, 15, 45, 135, 405, ... เป็นลำดับเรขาคณิต มีผลต่างร่วมเป็น 3

จุดประสงค์การเรียนรู้ หาพจน์ของลำดับเรขาคณิตจากลำดับที่กำหนดได้

3. กำหนดลำดับเรขาคณิต 3, 6, 12, ..., 3,072 แล้ว 3,072 เป็นพจน์ที่เท่าใดของลำดับนี้

- | | | | |
|-------|-------|-------|-------|
| 1) 10 | 2) 11 | 3) 12 | 4) 13 |
|-------|-------|-------|-------|

4. กำหนดลำดับเรขาคณิต $7, \frac{14}{3}, \frac{28}{9}, \dots$ เป็นพจน์ที่ 7 ของลำดับนี้เท่ากับข้อใด

- | | | | |
|----------------------|----------------------|------------------------|--------------------------|
| 1) $\frac{224}{243}$ | 2) $\frac{448}{729}$ | 3) $\frac{896}{2,187}$ | 4) $\frac{1,792}{6,561}$ |
|----------------------|----------------------|------------------------|--------------------------|

จุดประสงค์การเรียนรู้ หาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิตได้

5. พจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิต 3, 12, 48, 192, ... ตรงกับข้อใด

- 1) $a_n = 3(4^n) - 1$ 2) $a_n = 3(4^{n+1}) - 1$
 3) $a_n = \frac{3}{4} 4^n$ 4) $a_n = \frac{3}{4} 4^{n-1}$

6. กำหนดลำดับเรขาคณิตที่มี อัตราส่วนร่วมเป็น $\frac{1}{3}$ และ พจน์ที่ 7 เป็น $\frac{2}{729}$ แล้วพจน์ทั่วไปของลำดับนี้ตรงกับข้อใด

- 1) $a_n = 2(\frac{1}{3})^{n-1}$ 2) $a_n = 2(\frac{1}{3})^n$
 3) $a_n = (\frac{1}{3})^{n-1}$ 4) $a_n = (\frac{1}{3})^n$

จุดประสงค์การเรียนรู้ นำลำดับเรขาคณิตไปใช้แก้ปัญหาลงโทษที่กำหนดให้ได้

7. ถ้าผลบวกลำดับเรขาคณิต 3 พจน์เท่ากับ 63 และผลคูณทั้งสามพจน์เท่ากับ 1,728 แล้วอัตราส่วนร่วมของลำดับเรขาคณิตนี้ตรงกับข้อใด

- 1) $\frac{1}{2}$ 2) $\frac{1}{2}, 2$ 3) $\frac{1}{3}, 3$ 4) $\frac{1}{4}, 4$

8. กำหนดให้ พจน์ที่ 5 และพจน์ที่ 8 ของลำดับเรขาคณิตเป็น $\frac{1}{2}$ และ $-\frac{1}{16}$ ตามลำดับ แล้วพจน์ที่ 4 ของลำดับนี้ตรงกับข้อใด

- 1) 2 2) $-\frac{1}{8}$ 3) $-\frac{1}{4}$ 4) -1

จุดประสงค์การเรียนรู้ นำลำดับเลขคณิตไปใช้แก้ปัญหาสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้

9. ภริณาส่งข้อความทาง face book 4 ข้อความ ให้กับเพื่อน 4 คน เมื่อทุกคนได้รับข้อความแล้ว หลังจาก 1 วัน จะต้องส่งข้อความทาง face book 2 ข้อความ ต่อให้เพื่อนอีก 2 คน ทำอย่างนี้ไปเรื่อย ๆ ในวันที่ 7 วัน จะมีการส่งข้อความได้กี่ข้อความ

- 1) 1,024 ข้อความ 2) 512 ข้อความ
 3) 256 ข้อความ 4) 128 ข้อความ

10. อิชฎาอรทำงานกับบริษัทแห่งหนึ่งได้รับเงินเดือน 8,000 บาท เธอจะได้รับเงินเดือนเพิ่มขึ้น 10% ของเงินเดือนที่ผ่านมาในแต่ละปี อีก 5 ปีข้างหน้าอิชฎาอรได้รับเงินเดือนประมาณเท่าใด

- 1) 11,660 บาท 2) 12,884 บาท
 3) 13,453 บาท 4) 15,234 บาท

เฉลยแบบทดสอบเก็บคะแนนหลังเรียนครั้งที่ 3 เรื่อง “ลำดับเรขาคณิต”

1. ตอบ ข้อ 1)

1) พิจารณาลำดับ $-3, -6, -12, -24, -28, \dots$

$$\frac{-6}{-3} = 2, \frac{-12}{-6} = 2, \frac{-24}{-12} = 2, \frac{-48}{-24} = 2 \text{ อัตราส่วนร่วมเท่ากันทั้งหมด}$$

ดังนั้น พิจารณาลำดับ $-3, -6, -12, -24, -28, \dots$ เป็นลำดับเรขาคณิต

2) พิจารณาลำดับ $-5, 10, -20, 40, -60, \dots$

$$\frac{10}{-5} = -2, \frac{-20}{10} = -2, \frac{40}{-20} = -2, \frac{-60}{40} = -\frac{3}{2} \text{ อัตราส่วนร่วมไม่เท่ากันทั้งหมด}$$

ดังนั้น พิจารณาลำดับ $-5, 10, -20, 40, -60, \dots$ ไม่เป็นลำดับเรขาคณิต

3) $2, -4, -8, -16, 32, \dots$

$$\frac{-4}{2} = -2, \frac{-8}{-4} = 2, \frac{-16}{-8} = 2, \frac{32}{-16} = -2 \text{ อัตราส่วนร่วมไม่เท่ากันทั้งหมด}$$

ดังนั้น พิจารณาลำดับ $2, -4, -8, -16, 32, \dots$ ไม่เป็นลำดับเรขาคณิต

4) $-3, 6, -12, 36, -72, \dots$

$$\frac{6}{-3} = -2, \frac{-12}{6} = -2, \frac{36}{-12} = -3, \frac{-72}{36} = -2 \text{ อัตราส่วนร่วมไม่เท่ากันทั้งหมด}$$

ดังนั้น พิจารณาลำดับ $-3, 6, -12, 36, -72, \dots$ ไม่เป็นลำดับเรขาคณิต

2. ตอบ ข้อ 3)

1) พิจารณาลำดับ $3, 18, 108, 648, 3,888, \dots$

$$\frac{18}{3} = 6, \frac{108}{18} = 6, \frac{648}{108} = 6, \frac{3,888}{648} = 6 \text{ อัตราส่วนร่วมเท่ากันทั้งหมด}$$

ดังนั้น ลำดับ $3, 18, 108, 648, 3,888, \dots$ เป็นลำดับเรขาคณิต มีอัตราส่วนร่วมเป็น 6

2) พิจารณาลำดับ $12, 6, 3, \frac{3}{2}, \frac{3}{4}, \dots$

$$\frac{6}{12} = \frac{1}{2}, \frac{3}{6} = \frac{1}{2}, \frac{\frac{3}{2}}{3} = \frac{1}{2}, \frac{\frac{3}{4}}{\frac{3}{2}} = \frac{1}{2} \text{ อัตราส่วนร่วมเท่ากันทั้งหมด}$$

ดังนั้น ลำดับ $12, 6, 3, \frac{3}{2}, \frac{3}{4}, \dots$ เป็นลำดับเรขาคณิต มีผลต่างร่วมเป็น $\frac{1}{2}$

3) พิจารณาลำดับ $3, 6, 9, 12, 36, \dots$

$$\frac{6}{3} = 2, \frac{9}{6} = \frac{3}{2}, \frac{12}{9} = \frac{4}{3}, \frac{36}{12} = 3 \text{ อัตราส่วนร่วมไม่เท่ากันทั้งหมด}$$

ดังนั้น ลำดับ $3, 6, 9, 12, 36, \dots$ ไม่เป็นลำดับเรขาคณิต

4) พิจารณาลำดับ $5, 15, 45, 135, 405, \dots$

$$\frac{15}{5} = 3, \frac{45}{15} = 3, \frac{135}{45} = 3, \frac{405}{135} = 3 \text{ อัตราส่วนร่วมเท่ากันทั้งหมด}$$

ดังนั้น ลำดับ $5, 15, 45, 135, 405, \dots$ เป็นลำดับเรขาคณิต มีผลต่างร่วมเป็น 3

3. ตอบข้อ 2)

กำหนดลำดับเรขาคณิต 3, 6, 12, ..., 3,072

จะได้ $a_1 = 3$, $r = \frac{6}{3} = 2$ และ $a_n = 3,072$

จาก $a_n = a_1 r^{n-1}$

จะได้ $3,072 = (3)(2)^{n-1}$

$$1,024 = 2^{n-1}$$

$$2^{10} = 2^{n-1}$$

นั่นคือ $n - 1 = 10$

$$n = 11$$

ดังนั้น 3,072 ของลำดับเรขาคณิต 3, 6, 12, ..., 3,072 เป็นพจน์ที่ 11

4. ตอบ ข้อ 2)

กำหนดลำดับเรขาคณิต 7, $\frac{14}{3}$, $\frac{28}{9}$, ...

จะได้ $a_1 = 7$, $r = \frac{\frac{14}{3}}{7} = \frac{2}{3}$ และ ให้ a_7 เป็นพจน์ที่ 7

จาก $a_n = a_1 r^{n-1}$

จะได้ $a_7 = (7)\left(\frac{2}{3}\right)^{7-1}$

$$= (7)\left(\frac{2}{3}\right)^6$$

$$= (7)\frac{64}{729}$$

$$= \frac{448}{729}$$

ดังนั้น พจน์ที่ 7 ของลำดับนี้ คือ $\frac{448}{729}$

5. ตอบ ข้อ 3)

จากลำดับเรขาคณิต 3, 12, 48, 192, ...

จะได้ $a_1 = 3$, $r = \frac{12}{3} = 4$ และ

จาก $a_n = a_1 r^{n-1}$

จะได้ $a_n = 3(4)^{n-1}$

$$= 3(4^n)(4^{-1})$$

$$= \frac{3}{4} 4^n$$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับนี้ คือ $a_n = \frac{3}{4} 4^n$

6. ตอบ ข้อ 1)

จากโจทย์ จะได้ $r = \frac{1}{3}$ และ $a_7 = \frac{2}{729}$

จาก $a_n = a_1 r^{n-1}$

จะได้ $a_7 = a_1 \left(\frac{1}{3}\right)^{7-1}$

$$\frac{2}{729} = a_1 \left(\frac{1}{3}\right)^6$$

$$\frac{2}{729} = a_1 \frac{1}{729}$$

$$a_1 = 2$$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับนี้ คือ $a_n = 2\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$

7. ตอบ ข้อ 4)

ให้ สามจำนวนของลำดับเรขาคณิต คือ $\frac{a}{r}$, a , ar และ r เป็นอัตราส่วนร่วมของลำดับนี้

จะได้ ผลคูณทั้งสามพจน์ $\left(\frac{a}{r}\right)(a)(ar)$

นั่นคือ $\left(\frac{a}{r}\right)(a)(ar) = 1,728$

$$a^3 = 1,728$$

$$a^3 = (12)^3$$

$$a = 12$$

และ ผลบวกลำดับเรขาคณิต 3 พจน์เป็น $\frac{a}{r} + a + ar$

นั่นคือ $\frac{a}{r} + a + ar = 63$

$$\frac{12}{r} + 12 + 12r = 63$$

$$12 + 12r + 12r^2 = 63r$$

$$12r^2 - 51r + 12 = 0$$

$$4r^2 - 17r + 4 = 0$$

$$(4r - 1)(r - 4) = 0$$

จะได้ $r = \frac{1}{4}, 4$

ดังนั้น อัตราส่วนร่วมของลำดับเรขาคณิตนี้เป็น $\frac{1}{4}, 4$

8. ตอบ ข้อ 4)

จากโจทย์ ให้ $a_5 = \frac{1}{2}$ และ $a_8 = -\frac{1}{16}$ ของลำดับเรขาคณิตนี้ และ

จาก $a_n = a_1 r^{n-1}$

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad a_5 &= a_1 r^{5-1} \\ \frac{1}{2} &= a_1 r^4 \quad \dots\dots\dots(1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{และ} \quad a_8 &= a_1 r^{8-1} \\ -\frac{1}{16} &= a_1 r^7 \quad \dots\dots\dots(2) \end{aligned}$$

นำ $\frac{(2)}{(1)}$ จะได้

$$\begin{aligned} r^3 &= -\frac{1}{8} \\ r &= -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

แทน $r = -\frac{1}{2}$ ใน (1) จะได้

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} &= a_1 \left(-\frac{1}{2}\right)^4 \\ \frac{1}{2} &= a_1 \left(\frac{1}{16}\right) \\ a_1 &= 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{นั่นคือ} \quad a_4 &= 8 \left(-\frac{1}{2}\right)^{4-1} \\ &= 8 \left(-\frac{1}{8}\right) \\ &= -1 \end{aligned}$$

ดังนั้น พจน์ที่ 4 ของลำดับนี้คือ -1

9. ตอบ ข้อ 3)

จากโจทย์พิจารณา

เริ่มมีการส่งข้อความทาง face book 4 ข้อความ วันที่สองมีการส่งข้อความทาง face book 8 ข้อความ วันที่สามมีการส่งข้อความทาง face book 16 ข้อความ ทำอย่างนี้ไปเรื่อย ๆ เป็นลำดับเรขาคณิต 4, 8, 16, ...

จาก $a_n = a_1 r^{n-1}$ จะได้ $a_1 = 4$ และ $r = \frac{8}{4} = 2$

$$\begin{aligned} \text{นั่นคือ} \quad a_7 &= (4)(2)^{7-1} \\ &= 4(2^6) \\ &= 4(64) \end{aligned}$$

$$= 256$$

ดังนั้น ในวันที่ 7 มีการส่งข้อความ 256 ข้อความ

10. ตอบ ข้อ

จากโจทย์พิจารณา

อิชฎอรทำงานกับบริษัทแห่งหนึ่งได้รับเงินเดือน 8,000 บาท

ปีที่ 2 เธอจะได้รับเงินเดือนเพิ่มขึ้น $8,000 + 8,000 (0.1) = 8,000(1 + 0.1)$

ปีที่ 3 เธอจะได้รับเงินเดือนเพิ่มขึ้น

$$8,000(1 + 0.1) + 8,000(1 + 0.1)(0.1)$$

$$= 8,000(1.1)(1 + 0.1)$$

$$= 8,000(1.1)(1.1)$$

$$= 8,000(1.1)^2$$

จะเห็นว่าเมื่อนำจำนวนเงินในแต่ละปีเขียนเรียงตามลำดับ จะเป็นลำดับเรขาคณิตที่มี

1.1 เป็นอัตราส่วนร่วม ดังนี้

$$8,000, 8,000(1.1), 8,000(1.1)^2, \dots$$

ดังนั้นเงินเดือนอิชฎอรเมื่อครบปีที่ 5 คือพจน์ที่ 6 ของลำดับนี้

$$\text{จาก } a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$\text{จะได้ } a_6 = 8,000(1.1)^{6-1}$$

$$= 8,000(1.1)^5$$

$$= 8,000(1.61051)$$

$$= 12,884.08$$

ดังนั้น อีก 5 ปีข้างหน้าอิชฎอรได้รับเงินเดือนประมาณ 12,884 บาท

เกณฑ์การประเมินผลแบบฝึกหัดที่ 3 “ลำดับเรขาคณิต”

ประเด็นการประเมิน	ระดับคุณภาพ			
	4	3	2	1
ด้านความรู้ 1. บอกความหมายของลำดับเรขาคณิตได้	สามารถทำแบบฝึกหัดที่ 3 “ลำดับเรขาคณิต” ข้อที่ 1 ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 8 - 10 ข้อ	สามารถทำแบบฝึกหัดที่ 3 “ลำดับเรขาคณิต” ข้อที่ 1 ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 6 - 7 ข้อ	สามารถทำแบบฝึกหัดที่ 3 “ลำดับเรขาคณิต” ข้อที่ 1 ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 3 - 5 ข้อ	สามารถทำแบบฝึกหัดที่ 3 “ลำดับเรขาคณิต” ข้อที่ 1 ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 1 - 2 ข้อหรือมีร่องรอยของความพยายามในการทำแบบฝึกหัดที่ 3 “ลำดับเรขาคณิต” ข้อที่ 1 แต่ไม่ถูกต้องสมบูรณ์
2. หาพจน์ของลำดับเรขาคณิตจากลำดับที่กำหนดได้	สามารถทำแบบฝึกหัดที่ 3 “ลำดับเรขาคณิต” ข้อที่ 2 และข้อ 3 ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 9 - 11 ข้อ	สามารถทำแบบฝึกหัดที่ 3 “ลำดับเรขาคณิต” ข้อที่ 2 และข้อ 3 ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 6 - 8 ข้อ	สามารถทำแบบฝึกหัดที่ 3 “ลำดับเรขาคณิต” ข้อที่ 2 และข้อ 3 ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 3 - 5 ข้อ	สามารถทำแบบฝึกหัดที่ 3 “ลำดับเรขาคณิต” ข้อที่ 2 และข้อ 3 ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 1 - 2 ข้อหรือมีร่องรอยของความพยายามในการทำแบบฝึกหัดที่ 3 “ลำดับเรขาคณิต” ข้อที่ 2 และข้อ 3 แต่ไม่ถูกต้องสมบูรณ์

ประเด็นการประเมิน	ระดับคุณภาพ			
	4	3	2	1
3. หาพจน์ทั่วไปของลำดับเรขาคณิตได้	สามารถทำแบบฝึกหัดที่ 3 “ลำดับเรขาคณิต” ข้อที่ 4 ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 5 - 6 ข้อ	สามารถทำแบบฝึกหัดที่ 3 “ลำดับเรขาคณิต” ข้อที่ 4 ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 3 - 4 ข้อ	สามารถทำแบบฝึกหัดที่ 3 “ลำดับเรขาคณิต” ข้อที่ 4 ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 1 - 2 ข้อ	มีร่องรอยของความพยายามในการทำแบบฝึกหัดที่ 3 “ลำดับเรขาคณิต” ข้อที่ 4 แต่ไม่ถูกต้องสมบูรณ์
4. นำลำดับเรขาคณิตไปใช้แก้ปัญาโจทย์ที่กำหนดให้ได้	สามารถทำแบบฝึกหัดที่ “ลำดับเรขาคณิต” ข้อที่ 5 - ข้อ 9 ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 4 ข้อ	สามารถทำแบบฝึกหัดที่ 3 “ลำดับเรขาคณิต” ข้อที่ 5 - ข้อ 9 ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 3 ข้อ	สามารถทำแบบฝึกหัดที่ 3 “ลำดับเรขาคณิต” ข้อที่ 5 - ข้อ 9 ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 2 ข้อ	สามารถทำแบบฝึกหัดที่ 3 “ลำดับเรขาคณิต” ข้อที่ 5 - ข้อ 9 ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 1 ข้อ หรือมีร่องรอยของความพยายามในการทำแบบฝึกหัดที่ 3 “ลำดับเรขาคณิต” ข้อที่ 5 - ข้อ 8 แต่ไม่ถูกต้องสมบูรณ์
5. นำลำดับเรขาคณิตไปใช้แก้ปัญาสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้	สามารถทำแบบฝึกหัดที่ 3 “ลำดับเรขาคณิต” ข้อที่ 10 - ข้อ 12 ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 4 ข้อ	สามารถทำแบบฝึกหัดที่ 3 “ลำดับเรขาคณิต” ข้อที่ 10 - ข้อ 12 ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 3 ข้อ	สามารถทำแบบฝึกหัดที่ 3 “ลำดับเรขาคณิต” ข้อที่ 10 - ข้อ 12 ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 2 ข้อ	สามารถทำแบบฝึกหัดที่ 3 “ลำดับเรขาคณิต” ข้อที่ 10 - ข้อ 12 ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 1 ข้อ หรือมีร่องรอยของความพยายามในการทำแบบฝึกหัดที่ 3 “ลำดับเรขาคณิต” ข้อที่ 9 - ข้อ 12 แต่ไม่ถูกต้องสมบูรณ์

*** ถ้าผลการประเมินในรายการใดไม่ถึงเกณฑ์ระดับ 1 ให้กำหนดเป็น 0

การแปลความหมาย

ระดับ 4 หมายถึง มีระดับคุณภาพดีมาก

ระดับ 3 หมายถึง มีระดับคุณภาพดี

ระดับ 2 หมายถึง มีระดับคุณภาพพอใช้

ระดับ 1 หมายถึง มีระดับคุณภาพปรับปรุง

เกณฑ์การประเมินผลเอกสารแนะแนวทางที่ 6 เรื่อง “ความหมายของลำดับเรขาคณิต”

ประเด็นการประเมิน	ระดับคุณภาพ			
	4	3	2	1
ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ 1. ให้เหตุผลในการบอกความหมายของลำดับเรขาคณิตได้	สามารถทำเอกสารแนะแนวทางที่ 6 เรื่อง “ความหมายของลำดับเรขาคณิต” ได้อย่างถูกต้อง สมบูรณ์ 5 ข้อ	สามารถทำเอกสารแนะแนวทางที่ 6 เรื่อง “ความหมายของลำดับเรขาคณิต” ได้อย่างถูกต้อง สมบูรณ์ 3 -4 ข้อ	สามารถทำเอกสารแนะแนวทางที่ 6 เรื่อง “ความหมายของลำดับเรขาคณิต” ได้อย่างถูกต้อง สมบูรณ์ 1 - 2 ข้อ	มีร่องรอยของความพยายามในการทำเอกสารแนะแนวทางที่ 6 เรื่อง “ความหมายของลำดับเรขาคณิต” แต่ไม่ถูกต้อง สมบูรณ์
ด้านสมรรถนะสำคัญของผู้เรียน 1. ใช้ความสามารถในการสื่อสารในการนำเสนอความหมายของลำดับเรขาคณิตได้	นำเสนอหรือเขียนเอกสารแนะแนวทางที่ 6 เรื่อง “ความหมายของลำดับเรขาคณิต” ได้อย่างถูกต้อง สมบูรณ์ 5 ข้อ	นำเสนอหรือเขียนเอกสารแนะแนวทางที่ 6 เรื่อง “ความหมายของลำดับเรขาคณิต” ได้อย่างถูกต้อง สมบูรณ์ 3 - 4 ข้อ	นำเสนอหรือเขียนเอกสารแนะแนวทางที่ 6 เรื่อง “ความหมายของลำดับเรขาคณิต” ได้อย่างถูกต้อง สมบูรณ์ 1 - 2 ข้อ	มีร่องรอยของความพยายามนำเสนอหรือเขียนเอกสารแนะแนวทางที่ 6 เรื่อง “ความหมายของลำดับเรขาคณิต” แต่ไม่ถูกต้อง สมบูรณ์

*** ถ้าผลการประเมินในรายการใดไม่ถึงเกณฑ์ระดับ 1 ให้กำหนดเป็น 0

การแปลความหมาย

ระดับ 4 หมายถึง มีระดับคุณภาพดีมาก

ระดับ 3 หมายถึง มีระดับคุณภาพดี

ระดับ 2 หมายถึง มีระดับคุณภาพพอใช้

ระดับ 1 หมายถึง มีระดับคุณภาพปรับปรุง

เกณฑ์การประเมินผลเอกสารแนะแนวทางที่ 7 เรื่อง “พจนทั่วไปของลำดับเรขาคณิต”

ประเด็นการประเมิน	ระดับคุณภาพ			
	4	3	2	1
ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ 1. ใช้การสื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ ในการนำเสนอความหมายของลำดับเรขาคณิตได้	สามารถทำเอกสารแนะแนวทางที่ 7 เรื่อง “พจนทั่วไปของลำดับเรขาคณิต” ใช้เครื่องหมายทางคณิตได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 3 ข้อ	สามารถทำเอกสารแนะแนวทางที่ 7 เรื่อง “พจนทั่วไปของลำดับเรขาคณิต” ใช้เครื่องหมายทางคณิตได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 2 ข้อ	สามารถทำเอกสารแนะแนวทางที่ 7 เรื่อง “พจนทั่วไปของลำดับเรขาคณิต” ใช้เครื่องหมายทางคณิตได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 1 ข้อ	มีร่องรอยของความพยายามในการทำเอกสารแนะแนวทางที่ 7 เรื่อง “พจนทั่วไปของลำดับเรขาคณิต” ใช้เครื่องหมายทางคณิตแต่ไม่ถูกต้องสมบูรณ์

*** ถ้าผลการประเมินในรายการใดไม่ถึงเกณฑ์ระดับ 1 ให้กำหนดเป็น 0

การแปลความหมาย

ระดับ 4 หมายถึง มีระดับคุณภาพดีมาก

ระดับ 3 หมายถึง มีระดับคุณภาพดี

ระดับ 2 หมายถึง มีระดับคุณภาพพอใช้

ระดับ 1 หมายถึง มีระดับคุณภาพปรับปรุง

เกณฑ์การประเมินผลใบงานที่ 3 “การนำลำดับเรขาคณิตไปใช้แก้ปัญหาโจทย์”

ประเด็นการประเมิน	ระดับคุณภาพ			
	4	3	2	1
ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ 1. ใช้การแก้ปัญหาโจทย์ที่กำหนดให้โดยใช้ลำดับเลขคณิตได้	สามารถทำใบงานที่ 3 “การนำลำดับเลขคณิตไปใช้แก้ปัญหาโจทย์” ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 5 ข้อ	สามารถทำใบงานที่ 3 “การนำลำดับเลขคณิตไปใช้แก้ปัญหาโจทย์” ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 2 - 3 ข้อ	สามารถทำใบงานที่ 3 “การนำลำดับเรขาคณิตไปใช้แก้ปัญหาโจทย์” ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 1 ข้อ	มีร่องรอยของความพยายามในการทำใบงานที่ 3 “การนำลำดับเรขาคณิตไปใช้แก้ปัญหาโจทย์” แต่ไม่ถูกต้องสมบูรณ์
ด้านสมรรถนะสำคัญของผู้เรียน 1. ใช้ความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์ที่กำหนดให้โดยใช้ลำดับเรขาคณิตได้	สามารถทำใบงานที่ 3 “การนำลำดับเรขาคณิตไปใช้แก้ปัญหาโจทย์” ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 5 ข้อ	สามารถทำใบงานที่ 3 “การนำลำดับเรขาคณิตไปใช้แก้ปัญหาโจทย์” ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 2 - 3 ข้อ	สามารถทำใบงานที่ 3 “การนำลำดับเรขาคณิตไปใช้แก้ปัญหาโจทย์” ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 1 ข้อ	มีร่องรอยของความพยายามในการทำใบงานที่ 3 “การนำลำดับเรขาคณิตไปใช้แก้ปัญหาโจทย์” แต่ไม่ถูกต้องสมบูรณ์

*** ถ้าผลการประเมินในรายการใดไม่ถึงเกณฑ์ระดับ 1 ให้กำหนดเป็น 0

การแปลความหมาย

ระดับ 4 หมายถึง มีระดับคุณภาพดีมาก

ระดับ 3 หมายถึง มีระดับคุณภาพดี

ระดับ 2 หมายถึง มีระดับคุณภาพพอใช้

ระดับ 1 หมายถึง มีระดับคุณภาพปรับปรุง

เกณฑ์การประเมินผลทำใบงานที่ 4 “การนำลำดับเรขาคณิตไปใช้แก้ปัญหาสถานการณ์”

ประเด็นการประเมิน	ระดับคุณภาพ			
	4	3	2	1
ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ 1. ใช้การเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ที่กำหนดให้โดยใช้ลำดับเรขาคณิตได้	สามารถทำใบงานที่ 4 “การนำลำดับเรขาคณิตไปใช้แก้ปัญหาสถานการณ์” โดยเชื่อมความรู้ทางคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 4 ข้อ	สามารถทำใบงานที่ 4 “การนำลำดับเรขาคณิตไปใช้แก้ปัญหาสถานการณ์” โดยเชื่อมความรู้ทางคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 3 ข้อ	สามารถทำใบงานที่ 4 “การนำลำดับเรขาคณิตไปใช้แก้ปัญหาสถานการณ์” โดยเชื่อมความรู้ทางคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 1-2 ข้อ	มีร่องรอยของความพยายามในการทำใบงานที่ 4 “การนำลำดับเรขาคณิตไปใช้แก้ปัญหาสถานการณ์” โดยเชื่อมความรู้ทางคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ที่กำหนดให้ แต่ไม่ถูกต้องสมบูรณ์
2. ใช้การคิดสร้างสรรค์เพื่อแก้ปัญหาจากสถานการณ์ที่กำหนดให้โดยใช้ลำดับเรขาคณิตได้	สามารถใช้ความคิดสร้างสรรค์ในการทำใบงานที่ 3 “การนำลำดับเรขาคณิตไปใช้แก้ปัญหาสถานการณ์” ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 4 ข้อ	สามารถใช้ความคิดสร้างสรรค์ในการทำใบงานที่ 3 “การนำลำดับเรขาคณิตไปใช้แก้ปัญหาสถานการณ์” ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 3 ข้อ	สามารถใช้ความคิดสร้างสรรค์ในการทำใบงานที่ 3 “การนำลำดับเรขาคณิตไปใช้แก้ปัญหาสถานการณ์” ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 1 - 2 ข้อ	มีร่องรอยของความพยายามในการใช้ความคิดสร้างสรรค์ในการทำใบงานที่ 3 “การนำลำดับเรขาคณิตไปใช้แก้ปัญหาสถานการณ์” แต่ไม่ถูกต้องสมบูรณ์
ด้านสมรรถนะสำคัญของผู้เรียน 1. ใช้ความสามารถในการคิดเพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์ที่กำหนดให้โดยใช้ลำดับเรขาคณิตได้	สามารถทำใบงานที่ 3 “การนำลำดับเรขาคณิตไปใช้แก้ปัญหาสถานการณ์” ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 4 ข้อ	สามารถทำใบงานที่ 3 “การนำลำดับเรขาคณิตไปใช้แก้ปัญหาสถานการณ์” ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 3 ข้อ	สามารถทำใบงานที่ 3 “การนำลำดับเรขาคณิตไปใช้แก้ปัญหาสถานการณ์” ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 1-2 ข้อ	มีร่องรอยของความพยายามในการทำใบงานที่ 3 “การนำลำดับเรขาคณิตไปใช้แก้ปัญหาสถานการณ์” แต่ไม่ถูกต้องสมบูรณ์

*** ถ้าผลการประเมินในรายการใดไม่ถึงเกณฑ์ระดับ 1 ให้กำหนดเป็น 0

การแปลความหมาย

ระดับ 4 หมายถึง มีระดับคุณภาพดีมาก

ระดับ 3 หมายถึง มีระดับคุณภาพดี

ระดับ 2 หมายถึง มีระดับคุณภาพพอใช้

ระดับ 1 หมายถึง มีระดับคุณภาพปรับปรุง

เกณฑ์การประเมินผลด้านด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ประเด็นการประเมิน	ระดับคุณภาพ			
	4	3	2	1
1. ซื่อสัตย์สุจริต	ทำแบบทดสอบเก็บคะแนนหลังเรียนครั้งที่ 3 โดยไม่คัดลอกจากผู้อื่นและปฏิบัติตามข้อตกลงที่กำหนดให้	ทำแบบทดสอบเก็บคะแนนหลังเรียนครั้งที่ 3 โดยไม่คัดลอกจากผู้อื่นเป็นส่วนใหญ่ และปฏิบัติตามข้อตกลงที่กำหนดให้เป็นส่วนใหญ่	ทำแบบทดสอบเก็บคะแนนหลังเรียนครั้งที่ 3 โดยคัดลอกจากผู้อื่นเป็นส่วนใหญ่และปฏิบัติตามข้อตกลงที่กำหนดให้ร่วมกันเป็นบางครั้งและต้องอาศัยการแนะนำหรือตักเตือน	ทำแบบทดสอบเก็บคะแนนหลังเรียนครั้งที่ 3 โดยคัดลอกจากผู้อื่นเป็นส่วนใหญ่และปฏิบัติตามข้อตกลงที่กำหนดให้ร่วมกันเป็นบางครั้งและต้องอาศัยการแนะนำหรือตักเตือน
2. มีวินัย	แต่งกายเรียบร้อย	แต่งกายเรียบร้อยโดยส่วนใหญ่	แต่งกายเรียบร้อยบางส่วนแก้ไขเมื่อได้รับการตักเตือน	แต่งกายเรียบร้อยบางส่วนไม่แก้ไขเมื่อได้รับการตักเตือน
3. ใฝ่เรียนรู้	การเข้าเรียนตรงเวลา	การเข้าเรียนสายไม่เกิน 5 นาที	การเข้าเรียนสายเกิน 5 นาทีแต่ไม่เกิน 15 นาที	การเข้าเรียนสายเกิน 15 นาที
4. มุ่งมั่นในการทำงาน	ทำแบบฝึกหัดที่ 3 “ลำดับเรขาคณิต” ครบทุกข้อและถูกต้องสมบูรณ์	ทำแบบฝึกหัดที่ 3 “ลำดับเรขาคณิต” ครบทุกข้อและถูกต้องเป็นส่วนใหญ่	ทำแบบฝึกหัดที่ 3 “ลำดับเรขาคณิต” ครบทุกข้อและถูกต้องเป็นบางส่วน	ทำแบบฝึกหัดที่ 3 “ลำดับเรขาคณิต” ครบทุกข้อหรือไม่ครบแต่ไม่ถูกต้อง

*** ถ้าผลการประเมินในรายการใดไม่ถึงเกณฑ์ระดับ 1 ให้กำหนดเป็น 0

การแปลความหมาย

ระดับ 4 หมายถึง มีระดับคุณภาพดีเยี่ยม

ระดับ 3 หมายถึง มีระดับคุณภาพดี

ระดับ 2 หมายถึง มีระดับคุณภาพผ่าน

ระดับ 1 หมายถึง มีระดับคุณภาพไม่ผ่าน

เกณฑ์การประเมินผลด้านสมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

ประเด็นการประเมิน	ระดับคุณภาพ			
	4	3	2	1
สามารถใช้ทักษะชีวิตในการทำกิจกรรมกลุ่มในชั้นเรียนได้	มีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมกลุ่มในชั้นเรียน แสดงความคิดเห็นภายในกลุ่ม ช่วยเหลือสมาชิกในกลุ่มทุกครั้ง	มีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมกลุ่มในชั้นเรียน แสดงความคิดเห็นภายในกลุ่ม ช่วยเหลือสมาชิกเป็นส่วนใหญ่	มีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมกลุ่มในชั้นเรียน แสดงความคิดเห็นภายในกลุ่ม ช่วยเหลือสมาชิกในกลุ่มบางครั้งแก้ไขเมื่อได้คำแนะนำ	มีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมกลุ่มในชั้นเรียน แสดงความคิดเห็นภายในกลุ่ม ช่วยเหลือสมาชิกในกลุ่มบางครั้งไม่แก้ไขเมื่อได้คำแนะนำ

*** ถ้าผลการประเมินในรายการใดไม่ถึงเกณฑ์ระดับ 1 ให้กำหนดเป็น 0

การแปลความหมาย

ระดับ 4 หมายถึง มีระดับคุณภาพดีมาก

ระดับ 3 หมายถึง มีระดับคุณภาพดี

ระดับ 2 หมายถึง มีระดับคุณภาพพอใช้

ระดับ 1 หมายถึง มีระดับคุณภาพปรับปรุง

การแปลผลการประเมินคุณภาพเป็นคะแนน

คุณภาพ(x)	คะแนนเต็ม 5 คะแนน
$3.2 < x \leq 4$	5
$2.4 < x \leq 3.2$	4
$1.6 < x \leq 2.4$	3
$0.8 < x \leq 1.6$	2
$0 < x \leq 0.8$	1
0	0

แบบประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

[illegible]

บรรณานุกรม

- กระทรวงศึกษาธิการ. 2560. **ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์(ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551**. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด.
- ปารณีย์ ภิบาลจอมมี. 2558. “การพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับแบบกลุ่มร่วมมือ.” ปรินญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาหลักสูตรและการสอน, มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.
- พิชิต ฤทธิ์จรรยา. 2557. **หลักการวัดและประเมินผลการศึกษา**. พิมพ์ครั้งที่ 9. กรุงเทพฯ : แฮสออฟเคอร์มิสท์.
- มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลสุวรรณภูมิ. 2553. **คู่มือการจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ**. พระนครศรีอยุธยา : สำนักส่งเสริมงานวิชาการและทะเบียน มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลสุวรรณภูมิ.
- ยุทธคม ภมรสุพรวิจิต. (ม.ป.ป.). **แบบฝึกหัด รายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5**. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ : บริษัท อักษรเจริญทัศน์ อจท. จำกัด.
- ศศิเกษม สัทธิธรรมสกุลและเอกสิทธิ์ เกิดกฤษฏานนท์. (ม.ป.ป.). **คู่มือเตรียมสอบ ASORN พิชิต O-NET คณิตศาสตร์ ม.6**. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ : บริษัท อักษรเจริญทัศน์ อจท. จำกัด.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2555. **การวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์**.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2559. **หนังสือเรียน รายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-5 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551**. พิมพ์ครั้งที่ 9. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2562. **หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5**. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สมนึก ภัททิยานี. 2553. **การวัดผลการศึกษา**. พิมพ์ครั้งที่ 5. กทม. : ประสานการพิมพ์.
- อนุวัติ คุณแก้ว. 2558. **การวัดผลและประเมินผลการศึกษาแนวใหม่**. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.