



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน รหัสวิชา ค32102

ภาคเรียนที่ 2

หน่วยการเรียนรู้เรื่อง ลำดับและอนุกรม

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

เรื่อง ลำดับ

เวลา 4 ชั่วโมง

1. มาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด

ค 1.2 ม.5/2 เข้าใจและนำความรู้เกี่ยวกับลำดับและอนุกรมไปใช้

2. สาระการเรียนรู้

ลำดับ

3. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

- ลำดับ (sequence) คือฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ หรือโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก
- ลำดับที่มีโดเมนเป็นเซต $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ เรียกว่า ลำดับจำกัด (finite sequence) และ
- ลำดับที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก เรียกว่า ลำดับอนันต์ (infinite sequence)

4. จุดประสงค์การเรียนรู้

4.1 ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

- 4.1.1 บอกความหมายของลำดับ ลำดับจำกัดและลำดับอนันต์ได้
- 4.1.2 หาพจน์ของลำดับจากพจน์ทั่วไปที่กำหนดได้
- 4.1.3 หาพจน์ทั่วไปของลำดับที่กำหนดได้

4.2 ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถ

- 4.2.1 ให้เหตุผลในการบอกความหมายของลำดับจำกัดและลำดับอนันต์ได้
- 4.2.2 ใช้การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ในการนำเสนอพจน์ทั่วไปของลำดับได้

4.3 ด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์ นักเรียนเป็นผู้ที่

- 4.3.1 ซื่อสัตย์สุจริต
- 4.3.2 มีวินัย

4.3.3 ใฝ่เรียนรู้

4.3.4 มุ่งมั่นในการทำงาน

4.4 ด้านสมรรถนะสำคัญของนักเรียน นักเรียนเป็นผู้ที่

4.4.1 สามารถในการสื่อสารในการนำเสนอความหมายของลำดับจำกัดและลำดับอนันต์ได้

4.4.1 สามารถใช้ทักษะชีวิตในการทำกิจกรรมกลุ่มในชั้นเรียนได้

5. เนื้อหา/สาระ

ความหมายของลำดับ

บทนิยาม ลำดับ(finite sequence) คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซต $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ หรือ มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก

ในการเขียนแสดงลำดับ จะเขียนเฉพาะสมาชิกของเรนจ์เรียงกัน กล่าวคือเขียนเรียงตามลำดับได้ดังนี้ เรียก $f(1)$ ว่าเป็นพจน์ที่ 1 เขียนแทนด้วย a_1

เรียก $f(2)$ ว่าเป็นพจน์ที่ 2 เขียนแทนด้วย a_2

⋮

เรียก $f(n)$ ว่าเป็นพจน์ที่ n หรือพจน์ทั่วไป เขียนแทนด้วย a_n

ถ้า ลำดับที่มีโดเมนเป็นเซต $\{1, 2, 3, 4, \dots, n\}$ จะเรียกว่า ลำดับจำกัด (finite sequence) และลำดับที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก $\{1, 2, 3, \dots\}$ จะเรียกว่า ลำดับอนันต์ (infinite sequence)

กรณี a เป็นลำดับจำกัด เขียนแสดงลำดับด้วย $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$

กรณี a เป็นลำดับอนันต์ เขียนแสดงลำดับด้วย $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$

ตัวอย่างที่ 1

- | | |
|---|-----------------|
| 1) 7, 14, 21, 28, 35, 42 | เป็นลำดับจำกัด |
| 2) 1, 3, 5, 7, 9, ..., 99 | เป็นลำดับจำกัด |
| 3) 6, 11, 16, 21, 26, ..., $5n + 1$ | เป็นลำดับอนันต์ |
| 4) 4, 9, 16, 25, 36, ..., $(n + 1)^2$, ... | เป็นลำดับอนันต์ |
| 5) 3, 8, 13, 18, 21 | เป็นลำดับจำกัด |

การศึกษาเรื่องลำดับต่อไปนี้จะกล่าวเฉพาะลำดับซึ่งแต่ละพจน์เป็นจำนวนจริงเท่านั้นและเรียกว่า ลำดับของจำนวนจริง

การเขียนแสดงลำดับ สามารถเขียนแสดงลำดับได้หลายรูปแบบดังต่อไปนี้

การเขียนแสดงลำดับโดยเขียนแจกแจงพจน์ของลำดับ

ถ้าลำดับที่พิจารณาเป็นลำดับจำกัดและมีจำนวนพจน์ไม่มากนัก วิธีการกำหนดหรือเขียนแสดงลำดับ จะใช้วิธีการเขียนพจน์ทั้งหมดของลำดับ

ตัวอย่างที่ 2

1) 2, 4, 6, 8, 10

2) 3, 9, 21, 81, 243

3) หยอดเงินลงกระปุกออมสินวันละ 10 บาท จำนวนเงินในกระปุก 7 วันแรกสามารถเขียนเป็นลำดับได้ดังนี้ 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70

ในกรณีลำดับที่พิจารณาเป็นลำดับจำกัดแต่มีจำนวนพจน์มาก อาจเขียนเพียงพจน์แรก ๆ และใช้เครื่องหมาย ... เพียงละพจน์กลาง ๆ ไว้ แล้วเขียนพจน์สุดท้ายกำกับ

ตัวอย่างที่ 3

1) 1, 3, 5, 7, 9, ..., 99

2) 2, 4, 8, ..., 1024

3) จำนวนเต็มตั้งแต่ 1 ถึง 100 เขียนเป็นลำดับได้ดังนี้ 1, 2, 3, ..., 100

4) ตัวอักษรภาษาอังกฤษตั้งแต่ A ถึง Z เขียนเป็นลำดับได้ดังนี้ A, B, C, ..., Z

ในกรณีที่ลำดับที่พิจารณาเป็นลำดับอนันต์ จะเขียนเพียงพจน์แรก ๆ และใช้เครื่องหมาย ... เพื่อละพจน์ต่อ ๆ ไป โดยต้องเป็นพจน์ที่เข้าใจตรงกันว่าพจน์ที่ละไว้หมายถึงอะไร

ตัวอย่างที่ 4

1) 6, 11, 16, 21, 26, ..., $5n + 1$

2) 1, 3, 7, ..., $2^n - 1$, ...

3) จำนวนแบททรีเรียที่เพิ่มขึ้นด้วยการแบ่งเซลล์จากหนึ่งเป็นสอง โดยเริ่มต้นมีแบททรีเรียหนึ่งเซลล์และแบ่งเซลล์ทุกวินาที เขียนจำนวนแบททรีเรียในวินาทีที่ 1, 2, 3, 4, 5, ... เป็นลำดับดังนี้ 2, 4, 8, 16, 32, ...

การเขียนแสดงลำดับโดยเขียนพจน์ทั่วไปของลำดับ

วิธีการนี้จะเขียนลำดับในรูปสูตรของพจน์ทั่วไปของลำดับ

ตัวอย่างที่ 5

1) หยอดเงินลงกระปุกออมสินวันละ 10 บาท จำนวนเงินในกระปุก 7 วัน จำนวนเงินในกระปุกในวันที่ n เขียนเป็นลำดับได้ดังนี้ $a_n = 10n$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

2) จำนวนนับตั้งแต่ 1 ถึง 200 เขียนเป็นลำดับได้ดังนี้ $a_n = n$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, \dots, 200\}$

3) จำนวนแบคทีเรียที่เพิ่มขึ้นด้วยการแบ่งเซลล์จากหนึ่งเป็นสอง โดยเริ่มต้นมีแบคทีเรียหนึ่งเซลล์และแบ่งเซลล์ทุกวินาที เขียนจำนวนแบคทีเรียในวินาทีที่ n เป็นลำดับได้นี้ $a_n = 2^n$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก

จากตัวอย่างข้างต้น จะเห็นว่าการกำหนดพจน์ทั่วไปของลำดับจะทำให้ทราบทุกพจน์ในลำดับนั้น

ตัวอย่างที่ 6 จงหาหำพจน์แรกของลำดับที่ $a_n = 3n - 2$

วิธีทำ แทน n ใน $a_n = 3n - 2$ ด้วย 1, 2, 3, 4 และ 5 จะได้หำพจน์แรกของลำดับดังนี้

$$a_1 = 3(1) - 2 = 1$$

$$a_2 = 3(2) - 2 = 4$$

$$a_3 = 3(3) - 2 = 7$$

$$a_4 = 3(4) - 2 = 10$$

$$a_5 = 3(5) - 2 = 13$$

ดังนั้น หำพจน์แรกของลำดับ คือ 1, 4, 7, 10 และ 13

ตัวอย่างที่ 7 จงหาหำพจน์แรกของลำดับที่ $a_n = 3 + (-1)^n$

วิธีทำ แทน n ใน $a_n = 3 + (-1)^n$ ด้วย 1, 2, 3, 4 และ 5 จะได้หำพจน์แรกของลำดับดังนี้

$$a_1 = 3 + (-1)^1 = 2$$

$$a_2 = 3 + (-1)^2 = 4$$

$$a_3 = 3 + (-1)^3 = 2$$

$$a_4 = 3 + (-1)^4 = 4$$

$$a_5 = 3 + (-1)^5 = 2$$

ดังนั้น หำพจน์แรกของลำดับ คือ 2, 4, 2, 4 และ 2

ตัวอย่างที่ 8 จงหาหำพจน์แรกของลำดับที่ $a_n = 2^n - 1$

วิธีทำ แทน n ใน $a_n = 2^n - 1$ ด้วย 1, 2, 3, 4 และ 5 จะได้หำพจน์แรกของลำดับดังนี้

$$a_1 = 2^1 - 1 = 1$$

$$a_2 = 2^2 - 1 = 3$$

$$a_3 = 2^3 - 1 = 7$$

$$a_4 = 2^4 - 1 = 15$$

$$a_5 = 2^5 - 1 = 31$$

ดังนั้น หำพจน์แรกของลำดับ คือ 1, 3, 7, 15 และ 31

ตัวอย่างที่ 9 กำหนด $a_n = n + 2^n$ เป็นพจน์ที่ n ของลำดับ จงหาหำพจน์แรกของลำดับนี้

วิธีทำ แทน n ใน $a_n = n + 2^n$ ด้วย 1, 2, 3, 4 และ 5 จะได้หำพจน์แรกของลำดับดังนี้

$$a_1 = 1 + 2^1 = 3$$

$$a_2 = 2 + 2^2 = 6$$

$$a_3 = 3 + 2^3 = 11$$

$$a_4 = 4 + 2^4 = 20$$

$$a_5 = 5 + 2^5 = 37$$

ดังนั้น หำพจน์แรกของลำดับ คือ 3, 6, 11, 20 และ 37

ตัวอย่างที่ 10 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 2, 4, 6, 8, 10

วิธีทำ จะได้ว่า

$$a_1 = 2 = 2(1)$$

$$a_2 = 4 = 2(2)$$

$$a_3 = 6 = 2(3)$$

$$a_4 = 8 = 2(4)$$

$$a_5 = 10 = 2(5)$$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับ 2, 4, 6, 8, 10 คือ $a_n = 2n$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$

ตัวอย่างที่ 11 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 4, 5, 6, 7, 8

วิธีทำ จะได้ว่า

$$a_1 = 4 = (1) + 3$$

$$a_2 = 5 = (2) + 3$$

$$a_3 = 6 = (3) + 3$$

$$a_4 = 7 = (4) + 3$$

$$a_5 = 8 = (5) + 3$$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับ 4, 5, 6, 7, 8 คือ $a_n = n + 3$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$

ตัวอย่างที่ 12 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 1, 3, 5, 7, 9, ...

วิธีทำ จะได้ว่า

$$a_1 = 1 = (1) + 0 = (1) + ((1) - 1)$$

$$a_2 = 3 = (2) + 1 = (2) + ((2) - 1)$$

$$a_3 = 5 = (3) + 2 = (3) + ((3) - 1)$$

$$a_4 = 7 = (4) + 3 = (4) + ((4) - 1)$$

$$a_5 = 9 = (5) + 4 = (5) + ((5) - 1)$$

.

.

.

$$a_n = (n) + ((n) - 1) = 2n - 1$$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับ 1, 3, 5, 7, 9, ... คือ $a_n = 2n - 1$ เมื่อ $n \in \mathbb{I}^+$

ตัวอย่างที่ 13 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ -1, 2, -3, 4, -5, ...

วิธีทำ จะได้ว่า

$$a_1 = -1 = 1 \times (-1) = 1 \times (-1)^1$$

$$a_2 = 2 = 2 \times (1) = 2 \times (-1)^2$$

$$a_3 = -3 = 3 \times (-1) = 3 \times (-1)^3$$

$$a_4 = 4 = 4 \times (1) = 4 \times (-1)^4$$

$$a_5 = -5 = 5 \times (-1) = 5 \times (-1)^5$$

.

.

.

$$a_n = n \times (-1)^n$$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับ -1, 2, -3, 4, -5, ... คือ $a_n = n \times (-1)^n$

หมายเหตุ ถ้าไม่ระบุสมาชิกของโดเมน ให้ถือว่าลำดับนั้นเป็นลำดับอนันต์

6. การวัดและการประเมินผล

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การผ่าน
ด้านความรู้ บอกความหมายของลำดับ ลำดับ จำกัดและลำดับอนันต์ได้	- ตรวจแบบฝึกหัด 1 “ลำดับ” ข้อ 1 - การทำแบบทดสอบ เก็บคะแนนหลังเรียน ครั้งที่ 1 ข้อ 1 - ข้อ 3	- แบบฝึกหัด 1 “ลำดับ” - การทำแบบทดสอบ เก็บคะแนนหลังเรียน ครั้งที่ 1 - แบบประเมินผล ด้านความรู้	- ทำแบบฝึกหัด 1 “ลำดับ” ข้อ 1 ได้ ถูกต้องไม่น้อยกว่า ร้อยละ 60 - ทำแบบทดสอบเก็บ คะแนนหลังเรียนครั้ง ที่ 1 ข้อ 1 - ข้อ 3 ได้ ถูกต้องไม่น้อยกว่า ร้อยละ 60
หาพจน์ของลำดับจากพจน์ทั่วไปที่ กำหนดได้	- ตรวจแบบฝึกหัด 1 “ลำดับ” ข้อ 2 - การทำแบบทดสอบ เก็บคะแนนหลังเรียน ครั้งที่ 1 ข้อ 4 - ข้อ 7	- แบบฝึกหัด 1 “ลำดับ” - แบบทดสอบเก็บ คะแนนหลังเรียนครั้ง ที่ 1 - แบบประเมินผล ด้านความรู้	- ทำแบบฝึกหัด 1 “ลำดับ” ข้อ 2 ได้ ถูกต้องไม่น้อยกว่า ร้อยละ 60 - ทำแบบทดสอบเก็บ คะแนนหลังเรียนครั้ง ที่ 1 ข้อ 4 - ข้อ 7 ได้ ถูกต้องไม่น้อยกว่า ร้อยละ 60
หาพจน์ทั่วไปของลำดับที่กำหนดได้	- ตรวจแบบฝึกหัด 1 “ลำดับ” ข้อ 3 - การทำแบบทดสอบ เก็บคะแนนหลังเรียน ครั้งที่ 1 ข้อ 8 - ข้อ 10	- แบบฝึกหัด 1 “ลำดับ” - แบบทดสอบเก็บ คะแนนหลังเรียนครั้ง ที่ 1 - แบบประเมินผล ด้านความรู้	- ทำแบบฝึกหัด 1 “ลำดับ” ข้อ 3 ได้ ถูกต้องไม่น้อยกว่า ร้อยละ 60 - ทำแบบทดสอบเก็บ คะแนนหลังเรียนครั้ง ที่ 1 ข้อ 8 - ข้อ 10 ได้ถูกต้องไม่น้อยกว่า ร้อยละ 60

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การผ่าน
ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ให้เหตุผลในการบอกความหมายของลำดับ ลำดับจำกัดและลำดับอนันต์ได้	ตรวจเอกสารแนะแนวทางที่ 1 “ความหมายลำดับ”	- เอกสารแนะแนวทางที่ 1 “ความหมายลำดับ” - แบบประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์	นักเรียนให้เหตุผลในการบอกความหมายของลำดับ ลำดับจำกัดและลำดับอนันต์ได้ อยู่ในระดับดีขึ้นไป
ใช้การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ในการนำเสนอการพจน์ของลำดับและพจน์ทั่วไปของลำดับได้	ตรวจเอกสารแนะแนวทางที่ 2 “การหาพจน์ของลำดับ” ตรวจเอกสารแนะแนวทางที่ 3 “พจน์ทั่วไปของลำดับ”	- ใบเอกสารแนะแนวทางที่ 2 “การหาพจน์ของลำดับ” - เอกสารแนะแนวทางที่ 3 “พจน์ทั่วไปของลำดับ” - แบบประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์	นักเรียนใช้การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ในการนำเสนอการพจน์ของลำดับและพจน์ทั่วไปของลำดับได้ อยู่ในระดับดีขึ้นไป
ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ ซื่อสัตย์สุจริต	การทำแบบทดสอบเก็บคะแนนหลังเรียนครั้งที่ 1	- แบบทดสอบเก็บคะแนนหลังเรียนครั้งที่ 1 - แบบประเมินผลด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์	นักเรียนมีความซื่อสัตย์สุจริต อยู่ในระดับดีขึ้นไป
มีวินัย	บันทึกการแต่งกาย	- แบบบันทึกการแต่งกาย - แบบประเมินผลด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์	นักเรียนมีวินัย อยู่ในระดับดีขึ้นไป

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การผ่าน
ไฟเรียนรู้	บันทึกการเข้าเรียน	- แบบบันทึกการเข้าเรียน - แบบประเมินผลด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์	นักเรียนไฟเรียนรู้อยู่ในระดับดีขึ้นไป
มุ่งมั่นในการทำงาน	- การส่งแบบฝึกหัดที่ 1 “ลำดับ”	- แบบฝึกหัดที่ 1 “ลำดับ” - แบบประเมินผลด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์	นักเรียนมุ่งมั่นในการทำงานอยู่ในระดับดีขึ้นไป
ด้านสมรรถนะสำคัญของนักเรียน สามารถในการสื่อสารในการนำเสนอ ความหมายของลำดับ ลำดับจำกัด และลำดับอนันต์ได้	ตรวจสอบเอกสารแนะแนวทางที่ 1 “ความหมายลำดับ” เอกสารแนะแนวทางที่ 2 “การหาพจน์ของลำดับ” และเอกสารแนะแนวทางที่ 3 “พจน์ทั่วไปของลำดับ”	- เอกสารแนะแนวทางที่ 1 “ความหมายลำดับ” - เอกสารแนะแนวทางที่ 2 “การหาพจน์ของลำดับ” - เอกสารแนะแนวทางที่ 3 “พจน์ทั่วไปของลำดับ” - แบบประเมินผลด้านสมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	นักเรียนสามารถในการสื่อสารในการนำเสนอความหมายของลำดับ ลำดับจำกัดและลำดับอนันต์ได้ อยู่ในระดับดีขึ้นไป
สามารถใช้ทักษะชีวิตในการทำกิจกรรมกลุ่มในชั้นเรียนได้	ตรวจสอบการทำงานกลุ่ม	- แบบบันทึกการทำงานกลุ่ม - แบบประเมินผลด้านสมรรถนะสำคัญของผู้เรียน	นักเรียนสามารถใช้ทักษะชีวิตในการทำกิจกรรมกลุ่มในชั้นเรียนได้อยู่ในระดับดีขึ้นไป

7. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้

ชั่วโมงที่ 1

ขั้นเตรียม

7.1 ครูแจ้งผลการทดสอบก่อนเรียนเรื่อง “ลำดับและอนุกรม” ให้นักเรียนทราบ และสิ่งสมควรได้รับการพัฒนาจากการทำแบบทดสอบก่อนเรียนและจัดกลุ่มให้นักเรียนกลุ่มละ 4 คนโดยมีนักเรียนเก่ง 1 คน ปานกลาง 2 คน และอ่อน 1 คน เพื่อให้นักเรียนได้ช่วยเหลือกัน ใช้เวลาประมาณ 10 นาที

7.2 ครูพูดเกริ่นนำเกี่ยวกับเนื้อหาเรื่อง “ลำดับ” กับนักเรียน โดย

ให้นักเรียนทราบหรือมีความรู้เรื่อง “ลำดับ” ไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างไรบ้าง พร้อมยกตัวอย่าง ใช้เวลาประมาณ 15 นาที

ตัวอย่างคำตอบ

- การจัดเรียงเก้าอี้ในห้องประชุม



ที่มาของภาพ : <http://www.nstda.or.th/tcc/index.php/facilities/auditorium>

- การเรียงผลไม้บนแผงขายผลไม้



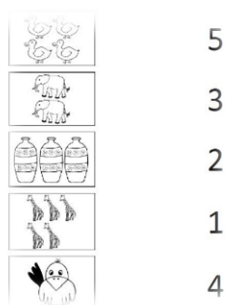
ที่มาของภาพ : <https://www.gotoknow.org/posts/360911>

- การจัดเรียงแก้วน้ำเป็นชั้น

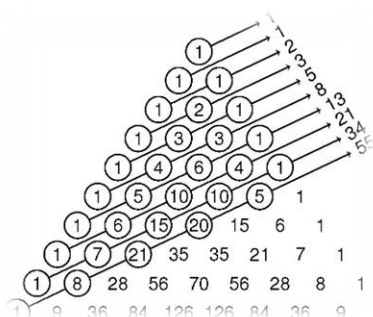


ที่มาของภาพ : <https://www.lazada.co.th/products/yj-set-12pcs-speed-stacks-cups-indoor-sports-stacking-rapid-fast-for-family-game-blue-i7091575.html>

- การเรียงของตัวเลข



ที่มาของภาพ : <https://www.pinterest.com/pin/770889661195796526/>

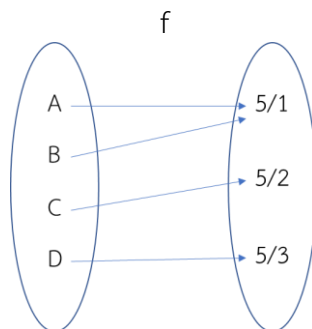


ที่มาของภาพ : <https://eliteskiinstructortraining.com/?p=1184>

7.3 ครูทบทวนความหมายของฟังก์ชัน โดเมนของฟังก์ชันและเรนจ์ของฟังก์ชัน โดยการสนทนากลุ่มกับนักเรียน ใช้เวลาประมาณ 15 นาที

1) ให้นักเรียนบอกความหมายของฟังก์ชัน

คำตอบ ฟังก์ชัน คือ เซตของคู่อันดับ ซึ่งคู่อันดับใด ๆ ถ้ามีสมาชิกตัวหน้าเหมือนกันแล้วสมาชิกตัวหลังต้องเหมือนกัน



2) ให้นักเรียนบอกความหมายของโดเมนและจากข้อ 1) โดเมนคือ

คำตอบ โดเมนคือ เซตสมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับทั้งหมด เรียกว่า โดเมนของฟังก์ชัน และจากข้อ 1) โดเมนคือ $\{A, B, C, D\}$

3) ให้นักเรียนบอกความหมายของเรนจ์และจากข้อ 1) เรนจ์คือ

คำตอบ เรนจ์คือ เซตสมาชิกตัวหลังของคู่อันดับทั้งหมด เรียกว่า เรนจ์ของฟังก์ชัน และจากข้อ 2) เรนจ์คือ $\{5/1, 5/2, 5/3\}$

4) กำหนดฟังก์ชันต่อไปนี้ให้นักเรียนบอกโดเมน

$$A = \{(1, P), (2, Q), (3, R), (4, S)\}$$

คำตอบ โดเมนคือ $\{1, 2, 3, 4\}$

$$B = \{(A, 1), (A, 2), (B, 3), (C, 4)\}$$

คำตอบ โดเมนคือ $\{A, B, C\}$

ชั้นสอน

7.4 ครูแจกเอกสารแนะแนวทางที่ 1 “ความหมายลำดับ” ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันทำ พร้อมให้นักเรียนศึกษาใบความรู้เรื่อง “ลำดับ” ประกอบการทำเอกสารแนะแนวทาง ครูคอยสังเกต และให้คำปรึกษาเพิ่มเติม (ใช้เวลาประมาณ 20 นาที)

ชั่วโมงที่ 2

7.5 ครูแจกเอกสารแนะแนวทางที่ 2 “การหาพจน์ของลำดับ” ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันทำ พร้อมให้นักเรียนศึกษาใบความรู้เรื่อง “ลำดับ” ประกอบการทำเอกสารแนะแนวทาง ครูคอยสังเกตและให้คำปรึกษาเพิ่มเติม (ใช้เวลาประมาณ 20 นาที)

7.6 ครูแจกเอกสารแนะแนวทางที่ 3 “พจน์ทั่วไปของลำดับ” ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันทำ พร้อมให้นักเรียนศึกษาใบความรู้เรื่อง “ลำดับ” ประกอบการทำเอกสารแนะแนวทาง ครูคอยสังเกตและให้คำปรึกษาเพิ่มเติม (ใช้เวลาประมาณ 20 นาที)

ขั้นเปรียบเทียบหรือวิเคราะห์

7.7 ครูเฉลยเอกสารแนะแนวทางที่ 1 “ความหมายลำดับ” เอกสารแนะแนวทางที่ 2 “การหาพจน์ของลำดับ” เอกสารแนะแนวทางที่ 3 “พจน์ทั่วไปของลำดับ” ให้นักเรียนได้เปรียบเทียบและวิเคราะห์ พร้อมทั้งใช้การสนทนาและใช้การถามตอบระหว่างครูกับนักเรียนโดยการสุ่มนักเรียนแต่ละกลุ่มตอบคำถาม(ใช้เวลาประมาณ 20 นาที)

ชั่วโมงที่ 3

7.8 ครูยกตัวอย่างอื่น ๆ เพิ่มเติม โดยใช้สื่อโปรแกรม Power Point เรื่อง “ลำดับ”(ลำดับ) หน้าที่ 1 – 22 (ครูเลือกตัวอย่างตามความเหมาะสมของเวลา) ให้นักเรียนได้เปรียบเทียบและวิเคราะห์ พร้อมทั้งใช้การสนทนาและใช้การถามตอบระหว่างครูกับนักเรียนโดยการสุ่มนักเรียนแต่ละกลุ่มตอบคำถาม(ใช้เวลาประมาณ 40 นาที)

ขั้นสรุป

7.9 ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันสรุปเรื่อง ความหมายลำดับ การหาพจน์ของลำดับและพจน์ทั่วไปของลำดับ โดยการใช้การสนทนาและใช้การถามตอบระหว่างครูกับนักเรียน อาจใช้การสุ่มนักเรียนบางคนเพื่อสรุป(ใช้เวลาประมาณ 10 นาที)

ขั้นนำไปใช้

7.10 ครูมอบหมายให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดที่ 1 “ลำดับ” ใช้เวลาประมาณ 10 นาทีถ้าทำไม่เสร็จให้ทำต่อเป็นการบ้าน

ชั่วโมงที่ 4

7.11 ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยแบบฝึกหัดที่ 1 “ลำดับ” โดยสุ่มนักเรียนออกมาเฉลยโดยใช้การสนทนาและใช้การถามตอบระหว่างครูกับนักเรียน ครูอธิบายเพิ่มเติม (ใช้เวลาประมาณ 30 นาที)

7.11 นักเรียนแบบทดสอบเก็บคะแนนหลังเรียนครั้งที่ 1 (ใช้เวลาประมาณ 30 นาที)

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

สื่อเอกสาร	สื่อวัสดุ/สื่อเทคโนโลยี	แหล่งการเรียนรู้	สื่ออื่น ๆ
<ul style="list-style-type: none"> - เอกสารแนะแนวทางที่ 1 “ความหมายลำดับ” - เอกสารแนะแนวทางที่ 2 “การหาพจน์ของลำดับ” - เอกสารแนะแนวทางที่ 3 “พจน์ทั่วไปของลำดับ” - ใบความรู้เรื่อง “ลำดับ” - แบบฝึกหัด 1 “ลำดับ” 	<ul style="list-style-type: none"> - สื่อโปรแกรม Power Point เรื่อง “ลำดับ” 	-	-

9. บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

9.1 สรุปผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

จุดประสงค์การเรียนรู้	นักเรียนที่ผ่าน		นักเรียนที่ไม่ผ่าน	
	จำนวน (คน)	ร้อยละ	จำนวน (คน)	ร้อยละ
ด้านความรู้				
บอกความหมายของลำดับ ลำดับจำกัดและลำดับอนันต์ได้				
หาพจน์ของลำดับจากพจน์ทั่วไปที่กำหนดได้				
หาพจน์ทั่วไปของลำดับที่กำหนดได้				
ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์				
ให้เหตุผลในการบอกความหมายของลำดับ ลำดับจำกัดและลำดับอนันต์ได้				
ใช้การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ในการนำเสนอการพจน์ของลำดับและพจน์ทั่วไปของลำดับได้				

จุดประสงค์การเรียนรู้	นักเรียนที่ผ่าน		นักเรียนที่ไม่ผ่าน	
	จำนวน (คน)	ร้อยละ	จำนวน (คน)	ร้อยละ
ด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์ ซื่อสัตย์สุจริต				
มีวินัย				
ใฝ่เรียนรู้				
มุ่งมั่นในการทำงาน				
ด้านสมรรถนะสำคัญของนักเรียน สามารถในการสื่อสารในการนำเสนอความหมายของลำดับ ลำดับจำกัดและลำดับอนันต์ได้				
สามารถใช้ทักษะชีวิตในการทำกิจกรรมกลุ่มในชั้นเรียนได้				

9.2 ปัญหา/อุปสรรค

.....

.....

.....

.....

.....

9.3 แนวทางแก้ไข

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....ผู้สอน

(นายอนิรุทธิ์ ลิพอนพล)

ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะชำนาญการพิเศษ

10 . ความคิดเห็นของฝ่ายบริหาร

10.1 ความคิดเห็นของหัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นางวาสนา ลิพอนพล)

ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะชำนาญการพิเศษ

ปฏิบัติหน้าที่ หัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

10.2 ความคิดเห็นของหัวหน้ากลุ่มบริหารงานวิชาการ

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นางศศิมา ทิพย์สวัสดิ์)

ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะชำนาญการพิเศษ

ปฏิบัติหน้าที่ หัวหน้ากลุ่มบริหารงานวิชาการ

10.3 ความคิดเห็นของรองผู้อำนวยการกลุ่มบริหารงานวิชาการ

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นายเจษฎา ศรีวิเศษ)

รองผู้อำนวยการกลุ่มบริหารงานวิชาการ

10.4 ความคิดเห็นของผู้อำนวยการโรงเรียนทับปุดวิทยา

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นายดลยวัฒน์ สันติพิทักษ์)

ผู้อำนวยการโรงเรียนทับปุดวิทยา



ใบความรู้ที่ 1 “ลำดับ”

จุดประสงค์การเรียนรู้

- บอกความหมายของลำดับจำกัดและลำดับอนันต์ได้
- หาพจน์ของลำดับจากพจน์ทั่วไปของลำดับที่กำหนดได้
- หาพจน์ทั่วไปของลำดับที่กำหนดได้

ความหมายของลำดับ

บทนิยาม ลำดับ(finite sequence) คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซต $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ หรือ มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก

ในการเขียนแสดงลำดับ จะเขียนเฉพาะสมาชิกของเรนจ์เรียงกัน กล่าวคือเขียนเรียงตามลำดับได้ดังนี้

เรียก $f(1)$ ว่าเป็นพจน์ที่ 1 เขียนแทนด้วย a_1

เรียก $f(2)$ ว่าเป็นพจน์ที่ 2 เขียนแทนด้วย a_2

⋮

เรียก $f(n)$ ว่าเป็นพจน์ที่ n หรือพจน์ทั่วไป เขียนแทนด้วย a_n

ถ้า ลำดับที่มีโดเมนเป็นเซต $\{1, 2, 3, 4, \dots, n\}$ จะเรียกว่า ลำดับจำกัด (finite sequence) และลำดับที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก $\{1, 2, 3, \dots\}$ จะเรียกว่า ลำดับอนันต์ (infinite sequence)

กรณี a เป็นลำดับจำกัด เขียนแสดงลำดับด้วย $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$

กรณี a เป็นลำดับอนันต์ เขียนแสดงลำดับด้วย $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$

ตัวอย่างที่ 1

- | | |
|--|-----------------|
| 1) 7, 14, 21, 28, 35, 42 | เป็นลำดับจำกัด |
| 2) 1, 3, 5, 7, 9, ..., 99 | เป็นลำดับจำกัด |
| 3) 6, 11, 16, 21, 26, ..., $5n + 1$ | เป็นลำดับอนันต์ |
| 4) 4, 9, 16, 25, 36, ..., $(n + 1)^2, \dots$ | เป็นลำดับอนันต์ |
| 5) 3, 8, 13, 18, 21 | เป็นลำดับจำกัด |

การศึกษาเรื่องลำดับต่อไปนี้จะกล่าวเฉพาะลำดับซึ่งแต่ละพจน์เป็นจำนวนจริงเท่านั้นและเรียกว่าลำดับของจำนวนจริง

การเขียนแสดงลำดับ สามารถเขียนแสดงลำดับได้หลายรูปแบบดังต่อไปนี้

การเขียนแสดงลำดับโดยเขียนแจกแจงพจน์ของลำดับ

ถ้าลำดับที่พิจารณาเป็นลำดับจำกัดและมีจำนวนพจน์ไม่มากนัก วิธีการกำหนดหรือเขียนแสดงลำดับจะใช้วิธีการเขียนพจน์ทั้งหมดของลำดับ

ตัวอย่างที่ 2

1) 2, 4, 6, 8, 10

2) 3, 9, 21, 81, 243

3) หยอดเงินลงกระปุกออมสินวันละ 10 บาท จำนวนเงินในกระปุก 7 วันแรกสามารถเขียนเป็นลำดับได้ดังนี้ 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70

ในกรณีลำดับที่พิจารณาเป็นลำดับจำกัดแต่มีจำนวนพจน์มาก อาจเขียนเพียงพจน์แรก ๆ และใช้เครื่องหมาย ... เพียงละพจน์กลาง ๆ ไว้ แล้วเขียนพจน์สุดท้ายกำกับ

ตัวอย่างที่ 3

1) 1, 3, 5, 7, 9, ..., 99

2) 2, 4, 8, ..., 1024

3) จำนวนเต็มตั้งแต่ 1 ถึง 100 เขียนเป็นลำดับได้ดังนี้ 1, 2, 3, ..., 100

4) ตัวอักษรภาษาอังกฤษตั้งแต่ A ถึง Z เขียนเป็นลำดับได้ดังนี้ A, B, C, ..., Z

ในกรณีที่ลำดับที่พิจารณาเป็นลำดับอนันต์ จะเขียนเพียงพจน์แรก ๆ และใช้เครื่องหมาย ... เพื่อละพจน์ต่อ ๆ ไป โดยต้องเป็นพจน์ที่เข้าใจตรงกันว่าพจน์ที่ละไว้หมายถึงอะไร

ตัวอย่างที่ 4

1) 6, 11, 16, 21, 26, ..., $5n + 1$

2) 1, 3, 7, ..., $2^n - 1$, ...

3) จำนวนแบททิเรียที่เพิ่มขึ้นด้วยการแบ่งเซลล์จากหนึ่งเป็นสอง โดยเริ่มต้นมีแบคทีเรียหนึ่งเซลล์และแบ่งเซลล์ทุกวินาที เขียนจำนวนแบคทีเรียในวินาทีที่ 1, 2, 3, 4, 5, ... เป็นลำดับดังนี้ 2, 4, 8, 16, 32, ...

การเขียนแสดงลำดับโดยเขียนพจน์ทั่วไปของลำดับ

วิธีการนี้จะเขียนลำดับในรูปสูตรของพจน์ทั่วไปของลำดับ

ตัวอย่างที่ 5

1) หยอดเงินลงกระปุกออมสินวันละ 10 บาท จำนวนเงินในกระปุก 7 วัน จำนวนเงินในกระปุกในวันที่ n เขียนเป็นลำดับได้ดังนี้ $a_n = 10n$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

2) จำนวนนับตั้งแต่ 1 ถึง 200 เขียนเป็นลำดับได้ดังนี้ $a_n = n$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, \dots, 200\}$

3) จำนวนแบคทีเรียที่เพิ่มขึ้นด้วยการแบ่งเซลล์จากหนึ่งเป็นสอง โดยเริ่มต้นมีแบคทีเรียหนึ่งเซลล์และแบ่งเซลล์ทุกวินาที เขียนจำนวนแบคทีเรียในวินาทีที่ n เป็นลำดับได้นี้ $a_n = 2^n$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก

จากตัวอย่างข้างต้น จะเห็นว่าการกำหนดพจน์ทั่วไปของลำดับจะทำให้ทราบทุกพจน์ในลำดับนั้น

ตัวอย่างที่ 6 จงหาหำพจน์แรกของลำดับที่ $a_n = 3n - 2$

วิธีทำ แทน n ใน $a_n = 3n - 2$ ด้วย 1, 2, 3, 4 และ 5 จะได้หำพจน์แรกของลำดับดังนี้

$$a_1 = 3(1) - 2 = 1$$

$$a_2 = 3(2) - 2 = 4$$

$$a_3 = 3(3) - 2 = 7$$

$$a_4 = 3(4) - 2 = 10$$

$$a_5 = 3(5) - 2 = 13$$

ดังนั้น หำพจน์แรกของลำดับ คือ 1, 4, 7, 10 และ 13

ตัวอย่างที่ 7 จงหาหำพจน์แรกของลำดับที่ $a_n = 3 + (-1)^n$

วิธีทำ แทน n ใน $a_n = 3 + (-1)^n$ ด้วย 1, 2, 3, 4 และ 5 จะได้หำพจน์แรกของลำดับดังนี้

$$a_1 = 3 + (-1)^1 = 2$$

$$a_2 = 3 + (-1)^2 = 4$$

$$a_3 = 3 + (-1)^3 = 2$$

$$a_4 = 3 + (-1)^4 = 4$$

$$a_5 = 3 + (-1)^5 = 2$$

ดังนั้น หำพจน์แรกของลำดับ คือ 2, 4, 2, 4 และ 2

ตัวอย่างที่ 8 จงหาหำพจน์แรกของลำดับที่ $a_n = 2^n - 1$

วิธีทำ แทน n ใน $a_n = 2^n - 1$ ด้วย 1, 2, 3, 4 และ 5 จะได้หำพจน์แรกของลำดับดังนี้

$$a_1 = 2^1 - 1 = 1$$

$$a_2 = 2^2 - 1 = 3$$

$$a_3 = 2^3 - 1 = 7$$

$$a_4 = 2^4 - 1 = 15$$

$$a_5 = 2^5 - 1 = 31$$

ดังนั้น หำพจน์แรกของลำดับ คือ 1, 3, 7, 15 และ 31

ตัวอย่างที่ 9 กำหนด $a_n = n + 2^n$ เป็นพจน์ที่ n ของลำดับ จงหาหำพจน์แรกของลำดับนี้

วิธีทำ แทน n ใน $a_n = n + 2^n$ ด้วย 1, 2, 3, 4 และ 5 จะได้หำพจน์แรกของลำดับดังนี้

$$a_1 = 1 + 2^1 = 3$$

$$a_2 = 2 + 2^2 = 6$$

$$a_3 = 3 + 2^3 = 11$$

$$a_4 = 4 + 2^4 = 20$$

$$a_5 = 5 + 2^5 = 37$$

ดังนั้น หำพจน์แรกของลำดับ คือ 3, 6, 11, 20 และ 37

ตัวอย่างที่ 10 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 2, 4, 6, 8, 10

วิธีทำ จะได้ว่า

$$a_1 = 2 = 2(1)$$

$$a_2 = 4 = 2(2)$$

$$a_3 = 6 = 2(3)$$

$$a_4 = 8 = 2(4)$$

$$a_5 = 10 = 2(5)$$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับ 2, 4, 6, 8, 10 คือ $a_n = 2n$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$

ตัวอย่างที่ 11 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 4, 5, 6, 7, 8

วิธีทำ จะได้ว่า

$$a_1 = 4 = (1) + 3$$

$$a_2 = 5 = (2) + 3$$

$$a_3 = 6 = (3) + 3$$

$$a_4 = 7 = (4) + 3$$

$$a_5 = 8 = (5) + 3$$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับ 4, 5, 6, 7, 8 คือ $a_n = n + 3$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$

ตัวอย่างที่ 12 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 1, 3, 5, 7, 9, ...

วิธีทำ จะได้ว่า

$$a_1 = 1 = (1) + 0 = (1) + ((1) - 1)$$

$$a_2 = 3 = (2) + 1 = (2) + ((2) - 1)$$

$$a_3 = 5 = (3) + 2 = (3) + ((3) - 1)$$

$$a_4 = 7 = (4) + 3 = (4) + ((4) - 1)$$

$$a_5 = 9 = (5) + 4 = (5) + ((5) - 1)$$

.

.

.

$$a_n = (n) + ((n) - 1) = 2n - 1$$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับ 1, 3, 5, 7, 9, ... คือ $a_n = 2n - 1$ เมื่อ $n \in \mathbb{I}^+$

ตัวอย่างที่ 13 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ -1, 2, -3, 4, -5, ...

วิธีทำ จะได้ว่า

$$a_1 = -1 = 1 \times (-1) = 1 \times (-1)^1$$

$$a_2 = 2 = 2 \times (1) = 2 \times (-1)^2$$

$$a_3 = -3 = 3 \times (-1) = 3 \times (-1)^3$$

$$a_4 = 4 = 4 \times (1) = 4 \times (-1)^4$$

$$a_5 = -5 = 5 \times (-1) = 5 \times (-1)^5$$

.

.

.

$$a_n = n \times (-1)^n$$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับ -1, 2, -3, 4, -5, ... คือ $a_n = n \times (-1)^n$

หมายเหตุ ถ้าไม่ระบุสมาชิกของโดเมน ให้ถือว่าลำดับนั้นเป็นลำดับอนันต์



เอกสารแนบแนวทางที่ 1 “ความหมายลำดับ”

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้

- บอกความหมายของลำดับ ลำดับจำกัดและลำดับอนันต์ได้

ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

- ให้เหตุผลในการบอกความหมายของลำดับ ลำดับจำกัดและลำดับอนันต์ได้

ด้านสมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

- สามารถในการสื่อสารในการนำเสนอความหมายของลำดับ ลำดับจำกัดและลำดับอนันต์ได้

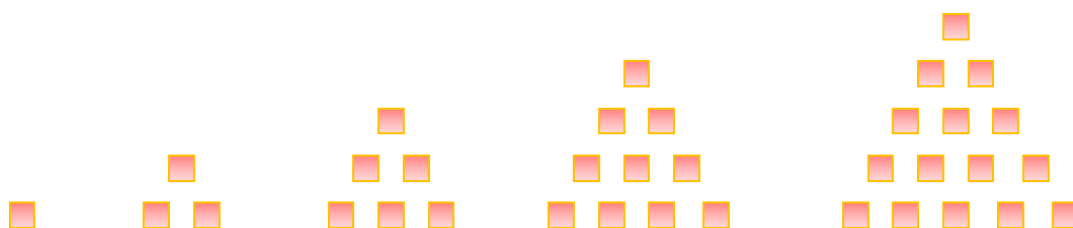
คำชี้แจง

ให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม ๆ ละ 4 คน ร่วมแลกเปลี่ยนเรียนรู้แล้วเติมคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

ความหมายของลำดับ

1. ให้นักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์ของแบบรูปต่อไปนี้

1.1



รูปที่ 1

รูปที่ 2

รูปที่ 3

รูปที่ 4

รูปที่ 5

ในแบบรูปข้างต้นพบว่า ลำดับของรูปและจำนวนรูปสี่เหลี่ยมในรูป มีความสัมพันธ์กันดังนี้

รูปที่	1	2	3	4	5
จำนวนรูปสี่เหลี่ยม		3			

จากตารางความสัมพันธ์ของลำดับของรูปและจำนวนรูปสี่เหลี่ยม

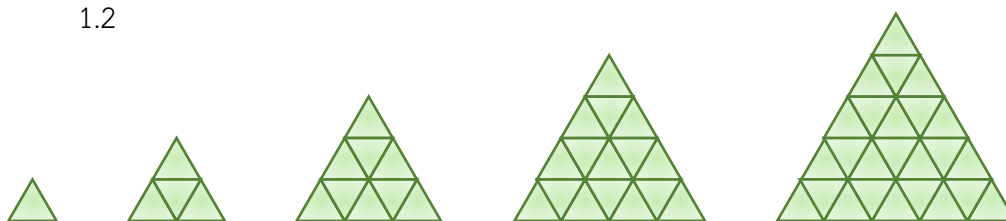
คือ.....

ความสัมพันธ์ที่ได้เป็นฟังก์ชันหรือไม่ ☐ เป็นฟังก์ชัน ☐ ไม่เป็นฟังก์ชัน

โดยมีโดเมนคือ

และมีเรนจ์คือ

1.2



รูปที่ 1

รูปที่ 2

รูปที่ 3

รูปที่ 4

รูปที่ 5

ในแบบรูปข้างต้นพบว่า ลำดับของรูปและจำนวนรูปสามเหลี่ยมในรูป มีความสัมพันธ์กันดังนี้

รูปที่	1	2	3	4	5
จำนวนรูปสามเหลี่ยม					25

จากตารางความสัมพันธ์ของลำดับของรูปและจำนวนรูปสามเหลี่ยม

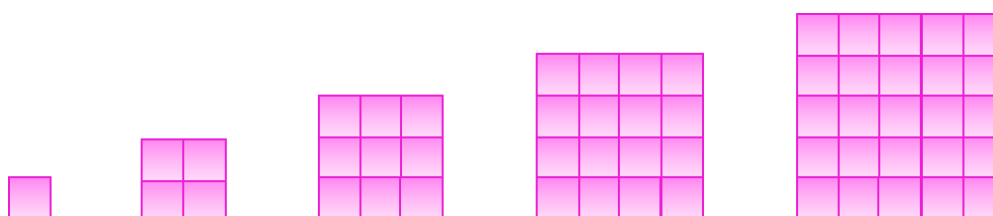
คือ.....

ความสัมพันธ์ที่ได้เป็นฟังก์ชันหรือไม่ ☐ เป็นฟังก์ชัน ☐ ไม่เป็นฟังก์ชัน

โดยมีโดเมนคือ

และมีเรนจ์คือ

1.3



รูปที่ 1

รูปที่ 2

รูปที่ 3

รูปที่ 4

รูปที่ 5

ในแบบรูปข้างต้น ลำดับของรูปและจำนวนพื้นที่ในรูปมีความสัมพันธ์กันดังนี้

รูปที่	1	2	3	4	5
จำนวนพื้นที่(ตารางหน่วย)			9		

จากตารางความสัมพันธ์ของลำดับของรูปและจำนวนพื้นที่

คือ.....

ความสัมพันธ์ที่ได้เป็นฟังก์ชันหรือไม่ ☐ เป็นฟังก์ชัน ☐ ไม่เป็นฟังก์ชัน

โดยมีโดเมนคือ

และมีเรนจ์คือ

2. ให้นักเรียนพิจารณาแบบรูปของจำนวน 5, 10, 15, 20, 25, ..., $5n$

ในแบบรูปข้างต้น เขียนความสัมพันธ์ระหว่างลำดับที่ของจำนวน และจำนวนแต่ละจำนวนได้ดังนี้

ลำดับที่	1	2	3	4	5	...	n
จำนวน		10	15			...	

จากตารางความสัมพันธ์ของลำดับที่และจำนวน

คือ.....

ความสัมพันธ์ที่ได้เป็นฟังก์ชันหรือไม่ ☐ เป็นฟังก์ชัน ☐ ไม่เป็นฟังก์ชัน

โดยมีโดเมนคือ

และมีเรนจ์คือ

3. ให้นักเรียนพิจารณาแบบรูปของจำนวน 2, 5, 8, 11, ..., $3n - 1$, ...

ในแบบรูปข้างต้น เขียนความสัมพันธ์ระหว่างลำดับที่ของจำนวน และจำนวนแต่ละจำนวนได้ดังนี้

ลำดับที่	1	2	3	4	...	n	...
จำนวน		5		

จากตารางความสัมพันธ์ของลำดับที่และจำนวน

คือ.....

ความสัมพันธ์ที่ได้เป็นฟังก์ชันหรือไม่ ☐ เป็นฟังก์ชัน ☐ ไม่เป็นฟังก์ชัน

โดยมีโดเมนคือ

และมีเรนจ์คือ

ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก เช่นเดียวกับฟังก์ชันในข้อ 1.1, ข้อ 1.2, ข้อ 1.3, ข้อ 2 และข้อ 3 เรียกว่า
สามารถสรุปได้ ดังนี้

ลำดับ คือ

.....
.....

และ เรียกลำดับที่มีโดเมนเป็น $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ ว่า.....
เรียกลำดับที่มีโดเมนเป็น $\{1, 2, 3, \dots\}$ ว่า.....

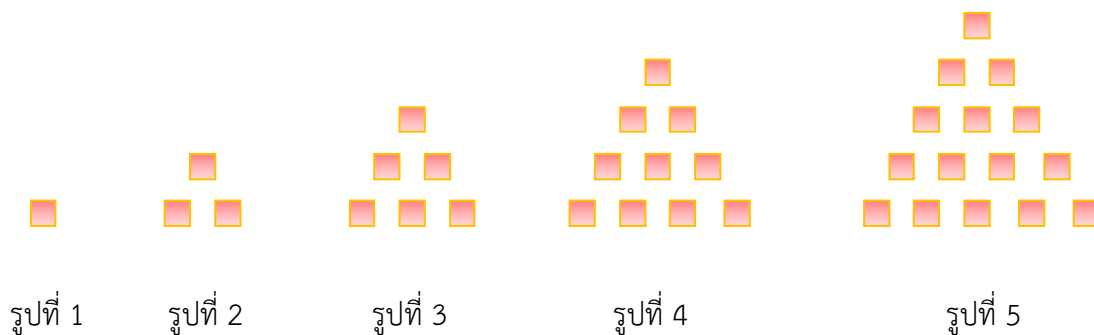
4. กำหนดลำดับดังตารางต่อไปนี้ให้นักเรียนบอกว่าลำดับในข้อใดเป็นลำดับจำกัดและลำดับในข้อใดเป็นลำดับอนันต์โดยทำเครื่องหมาย / ลงในช่องว่าง พร้อมทั้งบอกเหตุผลประกอบ

ลำดับ	ชนิดของลำดับ		เหตุผล
	ลำดับจำกัด	ลำดับอนันต์	
4, 8, 12, 16, 20	/		โดเมนเป็น $\{1, 2, 3, 4, 5\}$
3, 6, 9, 12, 15, ...			
2, 4, 6, 8, 10, ..., 20			
5, 7, 9, 11, ..., $2n + 3$, ...			
10, 100, 1,000, ..., 10^n , ...			
0, 2, 0, 2, 0, 2			
$a_n = 3n - 1$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก			
$a_n = 2n^2 + n$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, 4, \dots, 10\}$			
7, 14, 21, ..., 49			
-4, -2, 0, 2, ...			

เฉลยเอกสารแนะแนวทางที่ 1 “ความหมายลำดับ”

1. ให้นักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์ของแบบรูปต่อไปนี้

1.1



ในแบบรูปข้างต้นพบว่า ลำดับของรูปและจำนวนรูปสี่เหลี่ยมในรูป มีความสัมพันธ์กันดังนี้

รูปที่	1	2	3	4	5
จำนวนรูปสี่เหลี่ยม	1	3	6	10	15

จากตารางความสัมพันธ์ของลำดับของรูปและจำนวนรูปสี่เหลี่ยม

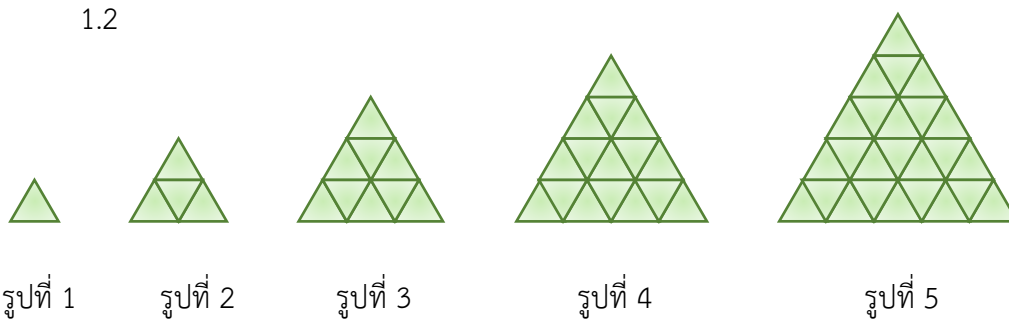
คือ $\{(1, 1), (2, 3), (3, 6), (4, 10), (5, 15)\}$

ความสัมพันธ์ที่ได้เป็นฟังก์ชันหรือไม่ ☒ เป็นฟังก์ชัน ☐ ไม่เป็นฟังก์ชัน

โดยมีโดเมนคือ $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

และมีเรนจ์คือ $\{1, 3, 6, 10, 15\}$

1.2



ในแบบรูปข้างต้นพบว่า ลำดับของรูปและจำนวนรูปสามเหลี่ยมในรูป มีความสัมพันธ์กันดังนี้

รูปที่	1	2	3	4	5
จำนวนรูปสามเหลี่ยม	1	4	9	16	25

จากตารางความสัมพันธ์ของลำดับของรูปและจำนวนรูปสามเหลี่ยม

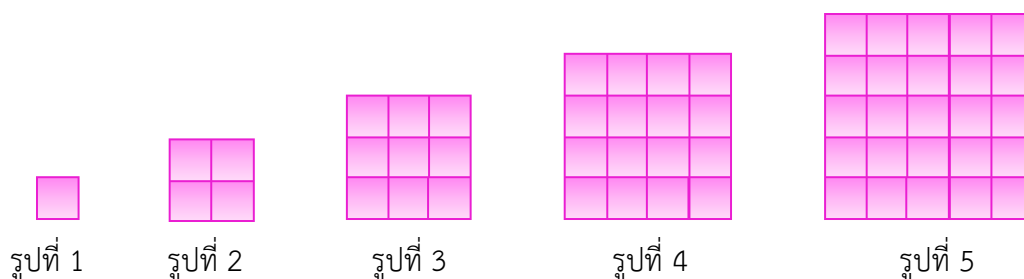
คือ $\{(1, 1), (2, 4), (3, 9), (4, 16), (5, 25)\}$

ความสัมพันธ์ที่ได้เป็นฟังก์ชันหรือไม่ ☒ เป็นฟังก์ชัน ☐ ไม่เป็นฟังก์ชัน

โดยมีโดเมนคือ $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

และมีเรนจ์คือ $\{1, 4, 9, 16, 25\}$

1.3



ในแบบรูปข้างต้น ลำดับของรูปและจำนวนพื้นที่ในรูปมีความสัมพันธ์กันดังนี้

รูปที่	1	2	3	4	5
จำนวนพื้นที่(ตารางหน่วย)	1	4	9	16	25

จากตารางความสัมพันธ์ของลำดับของรูปและจำนวนพื้นที่

คือ $\{(1, 1), (2, 4), (3, 9), (4, 16), (5, 25)\}$

ความสัมพันธ์ที่ได้เป็นฟังก์ชันหรือไม่ ☒ เป็นฟังก์ชัน ☐ ไม่เป็นฟังก์ชัน

โดยมีโดเมนคือ $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

และมีเรนจ์คือ $\{1, 4, 9, 16, 25\}$

2. ให้นักเรียนพิจารณาแบบรูปของจำนวน 5, 10, 15, 20, 25, ..., 5n

ในแบบรูปข้างต้น เขียนความสัมพันธ์ระหว่างลำดับที่ของจำนวน และจำนวนแต่ละจำนวนได้ดังนี้

ลำดับที่	1	2	3	4	5	...	n
จำนวน	5	10	15	20	25	...	5n

จากตารางความสัมพันธ์ของลำดับที่และจำนวน

คือ $\{(1, 5), (2, 10), (3, 15), (4, 20), (5, 25), ..., (n, 5n)\}$

ความสัมพันธ์ที่ได้เป็นฟังก์ชันหรือไม่ ☒ เป็นฟังก์ชัน ☐ ไม่เป็นฟังก์ชัน

โดยมีโดเมนคือ $\{1, 2, 3, 4, 5, ..., n\}$

และมีเรนจ์คือ $\{5, 10, 15, 20, 25, ..., 5n\}$

3. ให้นักเรียนพิจารณาแบบรูปของจำนวน 2, 5, 8, 11, ..., $3n - 1$, ...

ในแบบรูปข้างต้น เขียนความสัมพันธ์ระหว่างลำดับที่ของจำนวน และจำนวนแต่ละจำนวนได้ดังนี้

ลำดับที่	1	2	3	4	...	n	...
จำนวน	2	5	8	11	...	$3n - 1$...

จากตารางความสัมพันธ์ของลำดับที่และจำนวน

คือ $\{(1, 2), (2, 5), (3, 8), (4, 11), \dots, (n, 3n - 1)\}$

ความสัมพันธ์ที่ได้เป็นฟังก์ชันหรือไม่ ☒ เป็นฟังก์ชัน ☐ ไม่เป็นฟังก์ชัน

โดยมีโดเมนคือ $\{1, 2, 3, 4, \dots, n, \dots\}$

และมีเรนจ์คือ $\{2, 5, 8, 11, \dots, 3n - 1, \dots\}$

ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก เช่นเดียวกับฟังก์ชันในข้อ 1.1, ข้อ 1.2, ข้อ 1.3, ข้อ 2 และข้อ 3 เรียกว่า **ลำดับ**

สามารถสรุปได้ ดังนี้

ลำดับ คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซต $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ หรือมีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก

และ เรียกลำดับที่มีโดเมนเป็น $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ ว่า **ลำดับจำกัด**

เรียกลำดับที่มีโดเมนเป็น $\{1, 2, 3, \dots\}$ ว่า **ลำดับอนันต์**

4. กำหนดลำดับดังตารางต่อไปนี้ ให้นักเรียนบอกว่าลำดับในข้อใดเป็นลำดับจำกัดและลำดับในข้อใดเป็นลำดับอนันต์โดยทำเครื่องหมาย / ลงในช่องว่าง พร้อมทั้งบอกเหตุผลประกอบ

ลำดับ	ชนิดของลำดับ		เหตุผล
	ลำดับจำกัด	ลำดับอนันต์	
4, 8, 12, 16, 20	/		โดเมนเป็น $\{1, 2, 3, 4, 5\}$
3, 6, 9, 12, 15, ...		/	โดเมนเป็น $\{1, 2, 3, \dots\}$
2, 4, 6, 8, 10, ..., 20	/		โดเมนเป็น $\{1, 2, 3, \dots, 10\}$
5, 7, 9, 11, ..., $2n + 3$, ...		/	โดเมนเป็น $\{1, 2, 3, \dots\}$
10, 100, 1,000, ..., 10^n , ...		/	โดเมนเป็น $\{1, 2, 3, \dots\}$
0, 2, 0, 2, 0, 2	/		โดเมนเป็น $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
$a_n = 3n - 1$ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก		/	โดเมนเป็น $n \in I^+$
$a_n = 2n^2 + n$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, 4, \dots, 10\}$	/		โดเมนเป็น $n \in \{1, 2, 3, 4, \dots, 10\}$
7, 14, 21, ..., 49	/		โดเมนเป็น $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
-4, -2, 0, 2, ...		/	โดเมนเป็น $\{1, 2, 3, \dots\}$



เอกสารแนบแนวทางที่ 2 “การหาพจน์ของลำดับ”

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้

หาพจน์ของลำดับจากพจน์ทั่วไปที่กำหนดได้

ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ใช้การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ในการนำเสนอการหาพจน์ของลำดับ

คำชี้แจง

ให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม ๆ ละ 4 คน ร่วมแลกเปลี่ยนเรียนรู้แล้วเติมคำตอบลงในช่องว่างให้

ถูกต้อง

การหาพจน์ที่ n ของลำดับ

1. จงเขียน 5 พจน์แรกของลำดับ $a_n = n^2 + 2$

จากพจน์ทั่วไป(พจน์ที่ n)ของลำดับ $a_n = n^2 + 2$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } a_1 &= (1)^2 + 2 = 1 + 2 = 3 \\ a_2 &= (\dots)^2 + 2 = \dots + 2 = 6 \\ a_3 &= (\dots)^2 + 2 = \dots + 2 = \dots \\ a_{(\dots)} &= (\dots)^2 + 2 = \dots + \dots = \dots \\ \dots &= (\dots)^{\dots} + \dots = \dots + \dots = \dots \end{aligned}$$

ดังนั้น 5 พจน์แรกของลำดับ $a_n = n^2 + 2$ คือ

2. จงเขียน 5 พจน์แรกของลำดับ $a_n = (-1)^n + 4$

จากพจน์ทั่วไป(พจน์ที่ n)ของลำดับ $a_n = (-1)^n + 4$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } a_1 &= (-1)^1 + 4 = -1 + 4 = 3 \\ a_2 &= (\dots)^2 + 4 = \dots + 4 = 5 \\ a_3 &= (\dots)^{\dots} + 4 = \dots + 4 = \dots \\ a_{(\dots)} &= (\dots)^{\dots} + 4 = \dots + \dots = \dots \\ \dots &= (\dots)^{\dots} + \dots = \dots + \dots = \dots \end{aligned}$$

ดังนั้น 5 พจน์แรกของลำดับ $a_n = (-1)^n + 4$ คือ

3. จงเขียน 5 พจน์แรกของลำดับอนันต์ $a_n = 2^n + 1$ พร้อมทั้งเขียนลำดับนี้แบบแจกแจงพจน์
จากพจน์ทั่วไป(พจน์ที่ n)ของลำดับ $a_n = 2^n + 1$

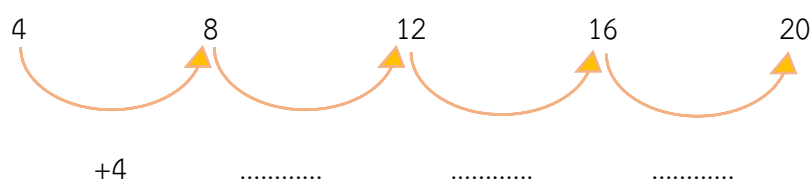
จะได้

$$\begin{aligned} a_1 &= 2^{\dots\dots\dots} + 1 &= \dots\dots + \dots\dots &= \dots\dots\dots \\ a_2 &= 2^{\dots\dots\dots} + 1 &= \dots\dots + \dots\dots &= \dots\dots\dots \\ a_3 &= 2^{\dots\dots\dots} + 1 &= \dots\dots + \dots\dots &= \dots\dots\dots \\ a_4 &= 2^{\dots\dots\dots} + 1 &= \dots\dots + \dots\dots &= \dots\dots\dots \\ a_5 &= 2^{\dots\dots\dots} + 1 &= \dots\dots + \dots\dots &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

ดังนั้น 5 พจน์แรกของลำดับ $a_n = 2^n + 1$ คือ

4. จงหาสองพจน์ถัดไปของลำดับ 4, 8, 12, 16, 20, ...

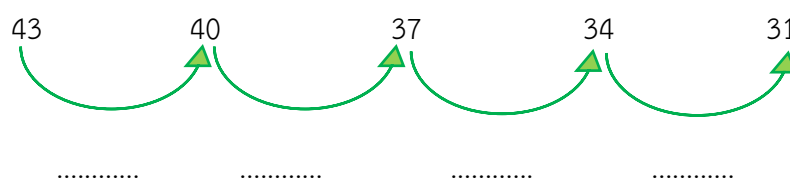
พิจารณาความสัมพันธ์ของลำดับ



ดังนั้น สองพจน์ถัดไปของลำดับ 4, 8, 12, 16, 20, ... คือ และ

5. จงหาสองพจน์ถัดไปของลำดับ 43, 40, 37, 34, 31, ...

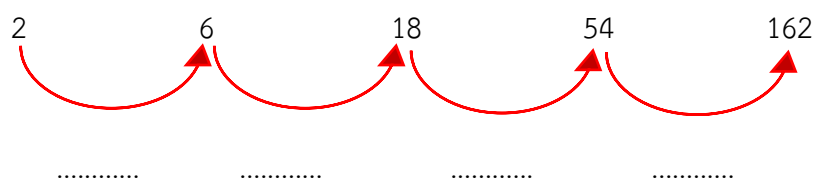
พิจารณาความสัมพันธ์ของลำดับ



ดังนั้น สองพจน์ถัดไปของลำดับ 43, 40, 37, 34, 31, ... คือ และ

6. จงหาสองพจน์ถัดไปของลำดับ 2, 6, 18, 54, 162, ...

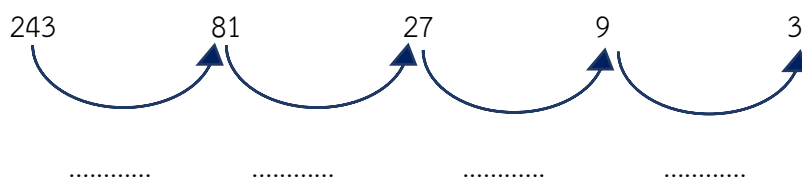
พิจารณาความสัมพันธ์ของลำดับ



ดังนั้น สองพจน์ถัดไปของลำดับ 2, 6, 18, 54, 162, ... คือ และ

7. จงหาสองพจน์ถัดไปของลำดับ 243, 81, 27, 9, 3, ...

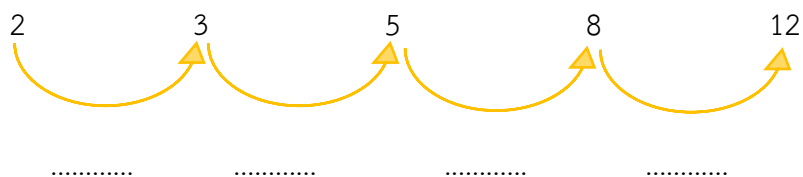
พิจารณาความสัมพันธ์ของลำดับ



ดังนั้น สองพจน์ถัดไปของลำดับ 243, 81, 27, 9, 3, ... คือ และ

8. จงหาสองพจน์ถัดไปของลำดับ 2, 3, 5, 8, 12, ...

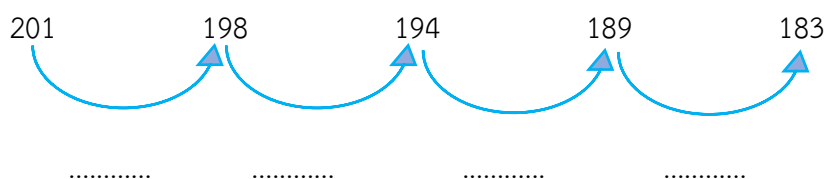
พิจารณาความสัมพันธ์ของลำดับ



ดังนั้น สองพจน์ถัดไปของลำดับ 2, 3, 5, 8, 12, ... คือ และ

9. จงหาสองพจน์ถัดไปของลำดับ 201, 198, 194, 189, 183, ...

พิจารณาความสัมพันธ์ของลำดับ



ดังนั้น สองพจน์ถัดไปของลำดับ 201, 198, 194, 189, 183, ... คือ และ

เฉลยเอกสารแนะแนวทางที่ 2 “การหาพจน์ของลำดับ”

1. จงเขียน 5 พจน์แรกของลำดับ $a_n = n^2 + 2$

จากพจน์ทั่วไป(พจน์ที่ n)ของลำดับ $a_n = n^2 + 2$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } a_1 &= (1)^2 + 2 = 1 + 2 = 3 \\ a_2 &= (2)^2 + 2 = 4 + 2 = 6 \\ a_3 &= (3)^2 + 2 = 9 + 2 = 11 \\ a_{(4)} &= (4)^2 + 2 = 16 + 2 = 18 \\ a_5 &= (5)^2 + 2 = 25 + 2 = 27 \end{aligned}$$

ดังนั้น 5 พจน์แรกของลำดับ $a_n = n^2 + 2$ คือ 3, 6, 11, 18 และ 27

2. จงเขียน 5 พจน์แรกของลำดับ $a_n = (-1)^n + 4$

จากพจน์ทั่วไป(พจน์ที่ n)ของลำดับ $a_n = (-1)^n + 4$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } a_1 &= (-1)^1 + 4 = -1 + 4 = 3 \\ a_2 &= (-1)^2 + 4 = 1 + 4 = 5 \\ a_3 &= (-1)^3 + 4 = -1 + 4 = 3 \\ a_{(4)} &= (-1)^4 + 4 = 1 + 4 = 5 \\ a_5 &= (-1)^5 + 4 = -1 + 4 = 3 \end{aligned}$$

ดังนั้น 5 พจน์แรกของลำดับ $a_n = (-1)^n + 4$ คือ 3, 5, 3, 5 และ 3

3. จงเขียน 5 พจน์แรกของลำดับอนันต์ $a_n = 2^n + 1$ พร้อมทั้งเขียนลำดับนี้แบบแจกแจงพจน์

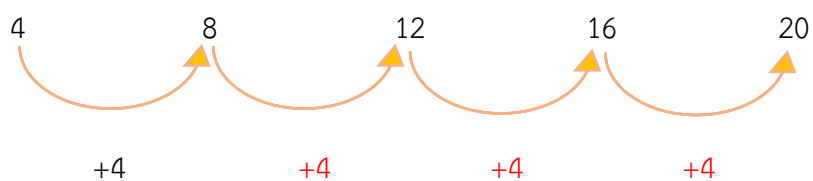
จากพจน์ทั่วไป(พจน์ที่ n)ของลำดับ $a_n = 2^n + 1$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } a_1 &= 2^1 + 1 = 2 + 1 = 3 \\ a_2 &= 2^2 + 1 = 4 + 1 = 5 \\ a_3 &= 2^3 + 1 = 8 + 1 = 9 \\ a_4 &= 2^4 + 1 = 16 + 1 = 17 \\ a_5 &= 2^5 + 1 = 25 + 1 = 26 \end{aligned}$$

ดังนั้น 5 พจน์แรกของลำดับ $a_n = 2^n + 1$ คือ 3, 5, 9, 17 และ 26

4. จงหาสองพจน์ถัดไปของลำดับ 4, 8, 12, 16, 20, ...

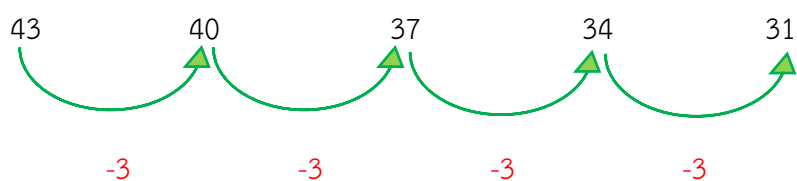
พิจารณาความสัมพันธ์ของลำดับ



ดังนั้น สองพจน์ถัดไปของลำดับ 4, 8, 12, 16, 20, ... คือ 24 และ 28

5. จงหาสองพจน์ถัดไปของลำดับ 43, 40, 37, 34, 31, ...

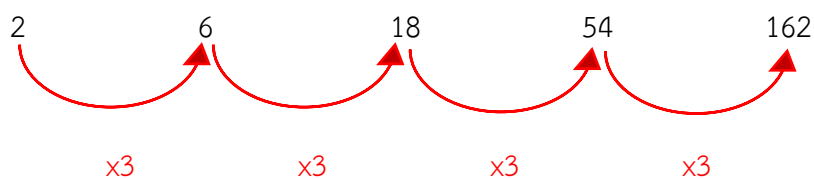
พิจารณาความสัมพันธ์ของลำดับ



ดังนั้น สองพจน์ถัดไปของลำดับ 43, 40, 37, 34, 31, ... คือ 28 และ 25

6. จงหาสองพจน์ถัดไปของลำดับ 2, 6, 18, 54, 162, ...

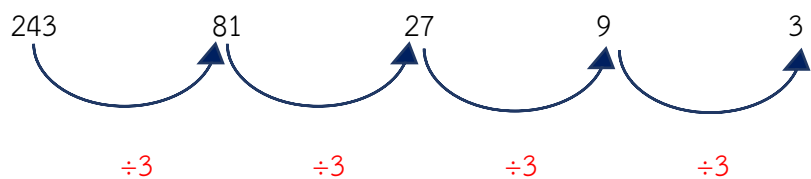
พิจารณาความสัมพันธ์ของลำดับ



ดังนั้น สองพจน์ถัดไปของลำดับ 2, 6, 18, 54, 162, ... คือ 486 และ 1,458

7. จงหาสองพจน์ถัดไปของลำดับ 243, 81, 27, 9, 3, ...

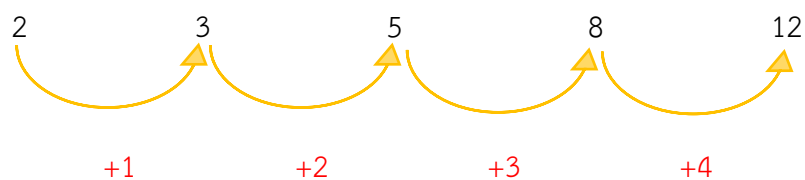
พิจารณาความสัมพันธ์ของลำดับ



ดังนั้น สองพจน์ถัดไปของลำดับ 243, 81, 27, 9, 3, ... คือ 1 และ $\frac{1}{3}$

8. จงหาสองพจน์ถัดไปของลำดับ 2, 3, 5, 8, 12, ...

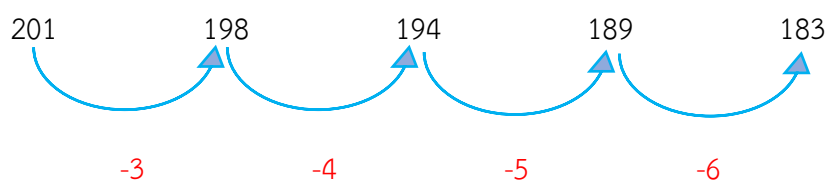
พิจารณาความสัมพันธ์ของลำดับ



ดังนั้น สองพจน์ถัดไปของลำดับ 2, 3, 5, 8, 12, ... คือ 17 และ 23

9. จงหาสองพจน์ถัดไปของลำดับ 201, 198, 194, 189, 183, ...

พิจารณาความสัมพันธ์ของลำดับ



ดังนั้น สองพจน์ถัดไปของลำดับ 201, 198, 194, 189, 183, ... คือ 176 และ 168



เอกสารแนบแนวทางที่ 3 “พจน์ทั่วไปของลำดับ”

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้

หาพจน์ทั่วไปของลำดับที่กำหนดได้

ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ใช้การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ในการนำเสนอการหาพจน์ทั่วไปของลำดับได้

คำชี้แจง

ให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม ๆ ละ 4 คน ร่วมแลกเปลี่ยนเรียนรู้แล้วเติมคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

1. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 2, 4, 6, 8, 10

จากลำดับ 2, 4, 6, 8, 10

จะได้ว่า

$$a_1 = 2 = 2 \times 1$$

$$a_2 = 4 = 2 \times 2$$

$$a_3 = \dots = 2 \times \dots$$

$$a_4 = \dots = \dots \times \dots$$

$$a_5 = \dots = \dots \times \dots$$

.

.

.

$$a_n = \dots \times \dots = \dots$$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับนี้ คือ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$

2. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 1, 3, 5, 7, 9

จากลำดับ 1, 3, 5, 7, 9

จะได้ว่า

$$a_1 = 1 = 1 + 0 = 1 + (1 - 1)$$

$$a_2 = 3 = 2 + 1 = 2 + (2 - 1)$$

$$a_3 = 5 = 3 + \dots = \dots + (\dots - 1)$$

$$a_4 = \dots = \dots + \dots = \dots + (\dots - 1)$$

$$a_5 = \dots = \dots + \dots = \dots + (\dots - \dots)$$

.

.

.

$$a_n = \dots + (\dots - \dots) = \dots$$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับนี้ คือ เมื่อ

3. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ $\frac{3}{5}, \frac{4}{6}, \frac{5}{7}, \frac{6}{8}, \frac{7}{9}, \dots$

จากลำดับ $\frac{3}{5}, \frac{4}{6}, \frac{5}{7}, \frac{6}{8}, \frac{7}{9}, \dots$

$$a_1 = \frac{3}{5} = \frac{1 + \dots}{1 + \dots}$$

$$a_2 = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots + \dots}{\dots + \dots}$$

$$a_3 = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots + \dots}{\dots + \dots}$$

$$a_4 = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots + \dots}{\dots + \dots}$$

$$a_5 = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots + \dots}{\dots + \dots}$$

.

.

.

$$a_n = \frac{\dots + \dots}{\dots + \dots}$$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับนี้ คือ เมื่อ

4. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ -1, -3, -9, -27, -81, ...

จากลำดับ -1, -3, -9, -27, -81, ...

$$a_1 = (-1)^{\dots\dots\dots}(\dots\dots\dots)^{\dots\dots\dots}$$

$$a_2 = (-1)^{\dots\dots\dots}(\dots\dots\dots)^{\dots\dots\dots}$$

$$a_3 = (-1)^{\dots\dots\dots}(\dots\dots\dots)^{\dots\dots\dots}$$

$$a_4 = (-1)^{\dots\dots\dots}(\dots\dots\dots)^{\dots\dots\dots}$$

$$a_5 = (-1)^{\dots\dots\dots}(\dots\dots\dots)^{\dots\dots\dots}$$

.

.

.

$$a_n = (-1)^{\dots\dots\dots}(\dots\dots\dots)^{\dots\dots\dots}$$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับนี้ คือ เมื่อ

เฉลยเอกสารแนะแนวทางที่ 3 “พจน์ทั่วไปของลำดับ”

1. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 2, 4, 6, 8, 10

จากลำดับ 2, 4, 6, 8, 10

จะได้ว่า

$$a_1 = 2 = 2 \times 1$$

$$a_2 = 4 = 2 \times 2$$

$$a_3 = 6 = 2 \times 3$$

$$a_4 = 8 = 2 \times 4$$

$$a_5 = 10 = 2 \times 5$$

.

.

.

$$a_n = 2 \times n = 2n$$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับนี้ คือ $2n$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$

2. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 1, 3, 5, 7, 9

จากลำดับ 1, 3, 5, 7, 9

จะได้ว่า

$$a_1 = 1 = 1 + 0 = 1 + (1 - 1)$$

$$a_2 = 3 = 2 + 1 = 2 + (2 - 1)$$

$$a_3 = 5 = 3 + 2 = 3 + (3 - 1)$$

$$a_4 = 7 = 4 + 3 = 4 + (4 - 1)$$

$$a_5 = 9 = 5 + 4 = 5 + (5 - 1)$$

.

.

.

$$a_n = n + (n - 1) = 2n - 1$$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับนี้ คือ $2n - 1$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$

3. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ $\frac{3}{5}, \frac{4}{6}, \frac{5}{7}, \frac{6}{8}, \frac{7}{9}, \dots$

จากลำดับ $\frac{3}{5}, \frac{4}{6}, \frac{5}{7}, \frac{6}{8}, \frac{7}{9}, \dots$

$$a_1 = \frac{3}{5} = \frac{1 + 2}{1 + 4}$$

$$a_2 = \frac{4}{6} = \frac{2 + 2}{2 + 4}$$

$$a_3 = \frac{5}{7} = \frac{3 + 2}{3 + 4}$$

$$a_4 = \frac{6}{8} = \frac{4 + 2}{4 + 4}$$

$$a_5 = \frac{7}{9} = \frac{5 + 2}{5 + 4}$$

.

.

.

$$a_n = \frac{n + 2}{n + 4}$$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับนี้ คือ $\frac{n + 2}{n + 4}$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, \dots\}$

4. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ -1, -3, -9, -27, -81, ...

จากลำดับ -1, -3, -9, -27, -81, ...

$$a_1 = (-1)^1(-3)^{1-1}$$

$$a_2 = (-1)^2(-3)^{2-1}$$

$$a_3 = (-1)^3(-3)^{3-1}$$

$$a_4 = (-1)^4(-3)^{4-1}$$

$$a_5 = (-1)^5(-3)^{5-1}$$

.

.

.

$$a_n = (-1)^n(-3)^{n-1}$$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับนี้ คือ $(-1)^n(-3)^{n-1}$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, \dots\}$



แบบฝึกหัดที่ 1

“ลำดับ”

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้

- บอกความหมายของลำดับ ลำดับจำกัดและลำดับอนันต์ได้
- หาพจน์ของลำดับจากพจน์ทั่วไปที่กำหนดได้
- หาพจน์ทั่วไปของลำดับที่กำหนดได้

1. กำหนดลำดับต่อไปนี้ จงบอกโดเมน เรนจ์ และเป็นลำดับจำกัดหรือลำดับอนันต์ พร้อมบอกเหตุผล

1) 1, 3, 7, 12, 18, 24, 31

โดเมน คือ.....

เรนจ์ คือ.....

เป็นลำดับเพราะ.....

2) 4, 8, 12, ..., 32

โดเมน คือ.....

เรนจ์ คือ.....

เป็นลำดับเพราะ.....

3) 6, 12, 18, ..., $6n$, ...

โดเมน คือ.....

เรนจ์ คือ.....

เป็นลำดับเพราะ.....

4) $a_n = 2n + 3$, $n \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

โดเมน คือ.....

เรนจ์ คือ.....

เป็นลำดับเพราะ.....

5) $a_n = \frac{n+1}{n+2}$

โดเมน คือ.....

เรนจ์ คือ.....

เป็นลำดับเพราะ.....

2. จงหาสูตรของลำดับต่อไปนี้

1) $a_n = 3n - 1$

2) $a_n = 1 + (-2)^n$

3) $a_n = (n - 1)(n + 2)$

4) $a_n = \frac{3^n}{2^n}$

5) $a_n = 2 + \frac{1}{2^n}$

6) $a_n = (-1)^n(2n + 3)$

7) $a_n = 2n^2 + 1$

8) $a_n = 1 + \frac{1}{n+1}$

3. จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับต่อไปนี้

1) 3, 4, 5, 6, 7, ...

2) 1, 4, 9, 16, 25, ...

3) $\frac{3}{7}, \frac{5}{10}, \frac{7}{13}, \frac{9}{16}, \frac{11}{19}$

4) -2, 3, -4, 5, -6

5) 1, 5, 13, 29, 61

6) 3, 5, 3, 5, 3, ...

7) 0.9, 0.99, 0.999, 0.9999, 0.99999, ...

8) -1, 8, -27, 64, -125, ...

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 1 “ลำดับ”

1.
 - 1) โดเมน คือ $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
 เรนจ์ คือ $\{1, 3, 7, 12, 18, 24, 31\}$
 เป็นลำดับ **ลำดับจำกัด** เพราะ โดเมนเป็นเซต $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
 - 2) โดเมน คือ $\{1, 2, 3, \dots, 8\}$
 เรนจ์ คือ $\{4, 8, 12, \dots, 32\}$
 เป็นลำดับ **ลำดับจำกัด** เพราะ โดเมนเป็นเซต $\{1, 2, 3, \dots, 8\}$
 - 3) โดเมน คือ $\{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$
 เรนจ์ คือ $\{6, 12, 18, 24, 30, \dots\}$
 เป็นลำดับ **อนันต์** เพราะ โดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก $\{1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$
 - 4) โดเมน คือ $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
 เรนจ์ คือ $\{5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$
 เป็นลำดับ **จำกัด** เพราะ โดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
 - 5) โดเมน คือ $\{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$
 เรนจ์ คือ $\{\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{6}{7}, \dots\}$
 เป็นลำดับ **อนันต์** เพราะ โดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก $\{1, 2, 3, \dots, n, \dots\}$
2.
 - 1) แทน n ใน $a_n = 3n - 1$ ด้วย 1, 2, 3 และ 4 จะได้สี่พจน์แรกของลำดับดังนี้

$$a_1 = 3(1) - 1 = 3 - 1 = 2$$

$$a_2 = 3(2) - 1 = 6 - 1 = 5$$

$$a_3 = 3(3) - 1 = 9 - 1 = 8$$

$$a_4 = 3(4) - 1 = 12 - 1 = 11$$
 ดังนั้น สี่พจน์แรกของลำดับ คือ 2, 5, 8 และ 11
 - 2) แทน n ใน $a_n = 1 + (-2)^n$ ด้วย 1, 2, 3 และ 4 จะได้สี่พจน์แรกของลำดับดังนี้

$$a_1 = 1 + (-2)^1 = 1 + (-2) = -1$$

$$a_2 = 1 + (-2)^2 = 1 + 4 = 5$$

$$a_3 = 1 + (-2)^3 = 1 + (-8) = -7$$

$$a_4 = 1 + (-2)^4 = 1 + 16 = 17$$
 ดังนั้น สี่พจน์แรกของลำดับ คือ -1, 5, -7 และ 17

- 3) แทน n ใน $a_n = (n - 1)(n + 2)$ ด้วย 1, 2, 3 และ 4 จะได้สี่พจน์แรกของลำดับ ดังนี้

$$a_1 = (1 - 1)(1 + 2) = (0)(3) = 0$$

$$a_2 = (2 - 1)(2 + 2) = (1)(4) = 4$$

$$a_3 = (3 - 1)(3 + 2) = (2)(5) = 10$$

$$a_4 = (4 - 1)(4 + 2) = (3)(6) = 18$$

ดังนั้น สี่พจน์แรกของลำดับ คือ 0, 4, 10 และ 18

- 4) แทน n ใน $a_n = \frac{3^n}{2^n}$ ด้วย 1, 2, 3 และ 4 จะได้สี่พจน์แรกของลำดับ ดังนี้

$$a_1 = \frac{3^1}{2^1} = \frac{3}{2}$$

$$a_2 = \frac{3^2}{2^2} = \frac{9}{4}$$

$$a_3 = \frac{3^3}{2^3} = \frac{27}{8}$$

$$a_4 = \frac{3^4}{2^4} = \frac{81}{16}$$

ดังนั้น สี่พจน์แรกของลำดับ คือ $\frac{3}{2}$, $\frac{9}{4}$, $\frac{27}{8}$ และ $\frac{81}{16}$

- 5) แทน n ใน $a_n = 2 + \frac{1}{2^n}$ ด้วย 1, 2, 3 และ 4 จะได้สี่พจน์แรกของลำดับ ดังนี้

$$a_1 = 2 + \frac{1}{2^1} = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

$$a_2 = 2 + \frac{1}{2^2} = 2 + \frac{1}{4} = \frac{9}{4}$$

$$a_3 = 2 + \frac{1}{2^3} = 2 + \frac{1}{8} = \frac{17}{8}$$

$$a_4 = 2 + \frac{1}{2^4} = 2 + \frac{1}{16} = \frac{33}{16}$$

ดังนั้น สี่พจน์แรกของลำดับ คือ $\frac{5}{2}$, $\frac{9}{4}$, $\frac{17}{8}$ และ $\frac{33}{16}$

6) แทน n ใน $a_n = (-1)^n(2n + 3)$ ด้วย 1, 2, 3 และ 4 จะได้สี่พจน์แรกของลำดับดังนี้

$$a_1 = (-1)^{(1)}(2(1) + 3) = (-1)(2 + 3) = (-1)(5) = -5$$

$$a_2 = (-1)^{(2)}(2(2) + 3) = (1)(4 + 3) = (1)(7) = 7$$

$$a_3 = (-1)^{(3)}(2(3) + 3) = (-1)(6 + 3) = (-1)(9) = -9$$

$$a_4 = (-1)^{(4)}(2(4) + 3) = (1)(8 + 3) = (1)(11) = 11$$

ดังนั้น สี่พจน์แรกของลำดับ คือ -5, 7, -9 และ 11

7) แทน n ใน $a_n = 2n^2 + 1$ ด้วย 1, 2, 3 และ 4 จะได้สี่พจน์แรกของลำดับดังนี้

$$a_1 = 2(1)^2 + 1 = 2(1) + 1 = 2 + 1 = 3$$

$$a_2 = 2(2)^2 + 1 = 2(4) + 1 = 8 + 1 = 9$$

$$a_3 = 2(3)^2 + 1 = 2(9) + 1 = 18 + 1 = 19$$

$$a_4 = 2(4)^2 + 1 = 2(16) + 1 = 32 + 1 = 33$$

ดังนั้น สี่พจน์แรกของลำดับ คือ 3, 9, 19 และ 33

8) แทน n ใน $a_n = 1 + \frac{1}{n+1}$ ด้วย 1, 2, 3 และ 4 จะได้สี่พจน์แรกของลำดับดังนี้

$$a_1 = 1 + \frac{1}{(1)+1} = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$a_2 = 1 + \frac{1}{(2)+1} = 1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$$

$$a_3 = 1 + \frac{1}{(3)+1} = 1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$$

$$a_4 = 1 + \frac{1}{(4)+1} = 1 + \frac{1}{5} = \frac{6}{5}$$

ดังนั้น สี่พจน์แรกของลำดับ คือ $\frac{3}{2}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{5}{4}$ และ $\frac{6}{5}$

3. 1) จากลำดับ 3, 4, 5, 6, 7, ... จะได้ว่า

$$a_1 = 3 = (1) + 2$$

$$a_2 = 4 = (2) + 2$$

$$a_3 = 5 = (3) + 2$$

$$a_4 = 6 = (4) + 2$$

$$a_5 = 7 = (5) + 2$$

.

.

.

$$a_n = (n) + 2 = n + 2$$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับ 3, 4, 5, 6, 7, ... คือ $a_n = n + 2$ เมื่อ $n \in \mathbb{I}^+$

2) จากลำดับ 1, 4, 9, 16, 25, ... จะได้ว่า

$$a_1 = 1 = (1)^2$$

$$a_2 = 4 = (2)^2$$

$$a_3 = 9 = (3)^2$$

$$a_4 = 16 = (4)^2$$

$$a_5 = 25 = (5)^2$$

.

.

.

$$a_n = (n)^2 = n^2$$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับ 1, 4, 9, 16, 25, ... คือ $a_n = n^2$ เมื่อ $n \in \mathbb{I}^+$

3) จากลำดับ $\frac{3}{7}, \frac{5}{10}, \frac{7}{13}, \frac{9}{16}, \frac{11}{19}$ จะได้ว่า

$$a_1 = \frac{3}{7} = \frac{2+1}{3+4} = \frac{2(1)+1}{3(1)+4}$$

$$a_2 = \frac{5}{10} = \frac{4+1}{6+4} = \frac{2(2)+1}{3(2)+4}$$

$$a_3 = \frac{7}{13} = \frac{6+1}{9+4} = \frac{2(3)+1}{3(3)+4}$$

$$a_4 = \frac{9}{16} = \frac{8+1}{12+4} = \frac{2(4)+1}{3(4)+4}$$

$$a_5 = \frac{11}{19} = \frac{10+1}{15+4} = \frac{2(5)+1}{3(5)+4}$$

.

.

.

$$a_n = \frac{2(n)+1}{3(n)+4} = \frac{2n+1}{3n+4}$$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับ $\frac{3}{7}, \frac{5}{10}, \frac{7}{13}, \frac{9}{16}, \frac{11}{19}$ คือ $a_n = \frac{2n+1}{3n+4}$

เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$

4) จากลำดับ -2, 3, -4, 5, -6 จะได้ว่า

$$a_1 = -2 = (-1)^1(2) = (-1)^1(1 + 1)$$

$$a_2 = 3 = (-1)^2(3) = (-1)^2(2 + 1)$$

$$a_3 = -4 = (-1)^3(4) = (-1)^3(3 + 1)$$

$$a_4 = 5 = (-1)^4(5) = (-1)^4(4 + 1)$$

$$a_5 = -6 = (-1)^5(6) = (-1)^5(5 + 1)$$

.

.

.

$$a_n = (-1)^n(n+1)$$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับ -2, 3, -4, 5, -6 คือ $a_n = (-1)^n(n+1)$

เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$

5) จากลำดับ 1, 5, 13, 29, 61 จะได้ว่า

$$a_1 = 1 = 4 - 3 = 2^{(2)} - 3 = 2^{(1+1)} - 3$$

$$a_2 = 5 = 8 - 3 = 2^{(3)} - 3 = 2^{(2+1)} - 3$$

$$a_3 = 13 = 16 - 3 = 2^{(4)} - 3 = 2^{(3+1)} - 3$$

$$a_4 = 29 = 32 - 3 = 2^{(5)} - 3 = 2^{(4+1)} - 3$$

$$a_5 = 61 = 64 - 3 = 2^{(6)} - 3 = 2^{(5+1)} - 3$$

$$\vdots$$

$$a_n = 2^{(n+1)} - 3$$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับ 1, 5, 13, 29, 61 คือ $a_n = 2^{(n+1)} - 3$

เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$

6) จากลำดับ 3, 5, 3, 5, 3, ... จะได้ว่า

$$a_1 = 3 = 4 - 1 = 4 + (-1)^1$$

$$a_2 = 5 = 4 + 1 = 4 + (-1)^2$$

$$a_3 = 3 = 4 - 1 = 4 + (-1)^3$$

$$a_4 = 5 = 4 + 1 = 4 + (-1)^4$$

$$a_5 = 3 = 4 - 1 = 4 + (-1)^5$$

$$\vdots$$

$$a_n = 4 + (-1)^n$$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับ 3, 5, 3, 5, 3, ... คือ $a_n = 4 + (-1)^n$ เมื่อ $n \in \mathbb{I}^+$

7) จากลำดับ 0.9, 0.99, 0.999, 0.9999, 0.99999, ... จะได้ว่า

$$a_1 = 0.9 = 1 - 0.1 = 1 - \frac{1}{10} = 1 - \frac{1}{10^1}$$

$$a_2 = 0.99 = 1 - 0.01 = 1 - \frac{1}{100} = 1 - \frac{1}{10^2}$$

$$a_3 = 0.999 = 1 - 0.001 = 1 - \frac{1}{1,000} = 1 - \frac{1}{10^3}$$

$$a_4 = 0.9999 = 1 - 0.0001 = 1 - \frac{1}{10,000} = 1 - \frac{1}{10^4}$$

$$a_5 = 0.99999 = 1 - 0.00001 = 1 - \frac{1}{100,000} = 1 - \frac{1}{10^5}$$

.

.

.

$$a_n = 1 - \frac{1}{10^n}$$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับ 0.9, 0.99, 0.999, 0.9999, 0.99999, ...

คือ $a_n = 1 - \frac{1}{10^n}$ เมื่อ $n \in \mathbb{I}^+$

8) จากลำดับ -1, 8, -27, 64, -125, ... จะได้ว่า

$$a_1 = -1 = (-1)^1(1) = (-1)^1(1^3)$$

$$a_2 = 8 = (-1)^2(8) = (-1)^2(2^3)$$

$$a_3 = -27 = (-1)^3(27) = (-1)^3(3^3)$$

$$a_4 = 64 = (-1)^4(64) = (-1)^4(4^3)$$

$$a_5 = -125 = (-1)^5(125) = (-1)^5(5^3)$$

.

.

.

$$a_n = (-1)^n(n^3)$$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับ -1, 8, -27, 64, -125, ... คือ $a_n = (-1)^n(n^3)$ เมื่อ $n \in \mathbb{I}^+$

สื่อโปรแกรม Power Point เรื่อง “ลำดับ”(ลำดับ) หน้า ที่ 1 - 8

ลำดับ

ความหมายของลำดับ

ลำดับที่	1	2	3	4	5
จำนวนรูปสี่เหลี่ยม	1	3	6	10	15

ความสัมพันธ์ระหว่างลำดับที่ของรูปและจำนวนรูปสี่เหลี่ยมในแต่ละคู่เป็น พังกชัน โดยที่

{1, 2, 3, 4, 5} → โดเมน
{1, 3, 6, 10, 15} → เรนจ์

back Next

ลำดับ

ความหมายของลำดับ

ให้หัดเรียนพิจารณา $\{3, 5, 7, 9, \dots, 2n - 2\}$

สามารถเขียนเป็นความสัมพันธ์ระหว่างลำดับที่ของแต่ละจำนวนกับค่าจำนวนนั้น ๆ ได้ดังนี้

ลำดับที่	1	2	3	4	...
จำนวน	3	5	7	9	...

$\{1, 2, 3, 4, \dots\}$ → โดเมน
 $\{3, 5, 7, 9, \dots\}$ → เรนจ์

back Next

ลำดับ

ความหมายของลำดับ

ลำดับ(finite sequence) คือ พังกชันที่มีโดเมนเป็นเซต $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ หรือ มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก

ถ้าลำดับที่มีโดเมนเป็น $\{1, 2, 3, 4, \dots, n\}$ เรียกว่า ลำดับจำกัด(finite sequence)

ถ้าลำดับที่มีโดเมนเป็น $\{1, 2, 3, 4, \dots\}$ เรียกว่า ลำดับอนันต์(infinite sequence)

การเขียนลำดับจะเขียนเฉพาะสมาชิกของเรนจ์เรียงกันไป

back Next

ลำดับ

ความหมายของลำดับ

a_1 → พจน์ที่ 1 ของลำดับ
 a_2 → พจน์ที่ 2 ของลำดับ
 a_3 → พจน์ที่ 3 ของลำดับ
 a_n → พจน์ที่ n ของลำดับ หรือพจน์ทั่วไป

ถ้า a เป็น ลำดับจำกัด จะเขียนแทนด้วย $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$
ถ้า a เป็น ลำดับอนันต์ จะเขียนแทนด้วย $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$

back Next

ลำดับ

ความหมายของลำดับ

ตัวอย่างที่ 1 7, 14, 21, 28, 35, 42 จากลำดับ จะได้ว่า

$a_1 = 7$
 $a_2 = 14$
 $a_3 = 21$
 $a_4 = 28$
 $a_5 = 35$
 $a_6 = 42$
 $a_n = 7n$

ตัวอย่างที่ 2 3, 4, 5, 6, 7, 8 จากลำดับ จะได้ว่า

$a_1 = 3$
 $a_2 = 4$
 $a_3 = 5$
 $a_4 = 6$
 $a_5 = 7$
 $a_6 = 8$
 $a_n = n + 2$

ลำดับจำกัด

back Next

ลำดับ

ความหมายของลำดับ

ตัวอย่างที่ 3 6, 11, 16, 21, 26, ..., $5n + 1$ จากลำดับ จะได้ว่า

$a_1 = 6$
 $a_2 = 11$
 $a_3 = 16$
 $a_4 = 21$
 $a_5 = 26$
 $a_n = 5n + 1$

ตัวอย่างที่ 4 2, 4, 8, 16, ..., 2^n จากลำดับ จะได้ว่า

$a_1 = 2$
 $a_2 = 4$
 $a_3 = 8$
 $a_4 = 16$
 $a_n = 2^n$

ลำดับอนันต์

back Next

ลำดับ

ความหมายของลำดับ

การเขียนลำดับ เช่น

$6, 11, 16, 21, 26$
 $3, 4, 5, 6, 7, \dots$

เป็นการเขียนแบบแจ้งพจน์

นอกจากจะเขียนลำดับแบบแจ้งพจน์ ยังสามารถเขียนในรูปพจน์ทั่วไป โดยอาจจะระบุสมาชิกของโดเมนคู่ไปด้วยก็ได้ เช่น

$6, 11, 16, 21, 26 \Rightarrow 5n + 1$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$
 $3, 4, 5, 6, 7, \dots \Rightarrow n + 2$ เมื่อ $n \in \mathbb{I}$

ถ้าไม่ระบุสมาชิกของโดเมน ให้ถือว่าลำดับนั้นเป็นลำดับอนันต์

back Next

ลำดับ

ความหมายของลำดับ

ตัวอย่างที่ 5

$3, 6, 9, 12, 15$ → ลำดับจำกัด
 $1, 3, 9, 27, 81, \dots, 3^{n-1}, \dots$ → ลำดับอนันต์
 $a_n = 2n + 1; n \in \{1, 2, 3, 4, \dots, 10\}$ → ลำดับจำกัด
 $a_n = \frac{n(n+1)}{2}$ → ลำดับอนันต์
 $a_n = n^2 + n$ → ลำดับอนันต์

back Next

สื่อโปรแกรม Power Point เรื่อง “ลำดับ”(ลำดับ) หน้าที่ 9 - 16

ลำดับ

การหาพจน์ของลำดับ

กำหนดฟังก์ชัน $f(x) = 2x+1$ จงหาค่าของ $f(x)$ เมื่อ x มีค่าเป็น 1, 2, 3, 4, 5

จาก $f(x) = 2x+1$ เมื่อ x มีค่าเป็น 1, 2, 3, 4, 5

จะได้

$$\begin{aligned} f(1) &= 2(1)+1 = 3 \\ f(2) &= 2(2)+1 = 5 \\ f(3) &= 2(3)+1 = 7 \\ f(4) &= 2(4)+1 = 9 \\ f(5) &= 2(5)+1 = 11 \end{aligned}$$

ดังนั้น ค่าของ $f(x)$ เมื่อ x มีค่าเป็น 1, 2, 3, 4, 5 คือ 3, 5, 7, 9, 11

back Next

ลำดับ

การหาพจน์ของลำดับ

ตัวอย่างที่ 6 จงหาสูตรแรกของลำดับ $a_n = n^2 + 2$

วิธีทำ จากพจน์ทั่วไปของลำดับ $a_n = n^2 + 2$

จะได้

$$\begin{aligned} a_{(1)} &= (1)^2 + 2 = 3 \\ a_{(2)} &= (2)^2 + 2 = 6 \\ a_{(3)} &= (3)^2 + 2 = 11 \\ a_{(4)} &= (4)^2 + 2 = 18 \end{aligned}$$

ดังนั้นสูตรแรกของลำดับ $a_n = n^2 + 2$ คือ 3, 6, 11, 18

back Next

ลำดับ

การหาพจน์ของลำดับ

ตัวอย่างที่ 7 จงหาสูตรแรกของลำดับ $a_n = (-1)^n + 4$

วิธีทำ จากพจน์ทั่วไปของลำดับ $a_n = (-1)^n + 4$

จะได้

$$\begin{aligned} a_{(1)} &= (-1)^1 + 4 = 3 \\ a_{(2)} &= (-1)^2 + 4 = 5 \\ a_{(3)} &= (-1)^3 + 4 = 3 \\ a_{(4)} &= (-1)^4 + 4 = 5 \end{aligned}$$

ดังนั้นสูตรแรกของลำดับ $a_n = (-1)^n + 4$ คือ 3, 5, 3, 5

back Next

ลำดับ

การหาพจน์ของลำดับ

ตัวอย่างที่ 8 จงหาสูตรแรกของลำดับอนันต์ที่ $a_n = 2^n + 3$ พร้อมทั้งเขียนลำดับโดยแจกแจงพจน์

วิธีทำ จากพจน์ทั่วไปของลำดับ $a_n = 2^n + 3$

จะได้

$$\begin{aligned} a_{(1)} &= 2^1 + 3 = 2 + 3 = 5 \\ a_{(2)} &= 2^2 + 3 = 4 + 3 = 7 \\ a_{(3)} &= 2^3 + 3 = 8 + 3 = 11 \\ a_{(4)} &= 2^4 + 3 = 16 + 3 = 19 \end{aligned}$$

ดังนั้นสูตรแรกของลำดับ $a_n = 2^n + 3$ คือ 5, 7, 11, 19, ..., $2^n + 3$, ...

back Next

ลำดับ

การหาพจน์ของลำดับ

ตัวอย่างที่ 9 จงหาสองพจน์ถัดไปของลำดับ 4, 7, 10, 13, ...

วิธีทำ พิจารณาความสัมพันธ์ของลำดับ

จะได้

$$\begin{array}{ccccccc} 4 & 7 & 10 & 13 & 16 & 19 \\ & +3 & +3 & +3 & +3 & +3 \end{array}$$

ดังนั้น สองพจน์ถัดไปของลำดับนี้ 4, 7, 10, 13, ... คือ 16 และ 19

back Next

ลำดับ

การหาพจน์ของลำดับ

ตัวอย่างที่ 10 จงหาสองพจน์ถัดไปของลำดับ 8, 4, 0, -4, ...

วิธีทำ พิจารณาความสัมพันธ์ของลำดับ

จะได้

$$\begin{array}{ccccccc} 8 & 4 & 0 & -4 & -8 & -12 \\ & -4 & -4 & -4 & -4 & -4 \end{array}$$

ดังนั้น สองพจน์ถัดไปของลำดับ 8, 4, 0, -4, ... คือ -8 และ -12

back Next

ลำดับ

การหาพจน์ของลำดับ

ตัวอย่างที่ 11 จงหาสองพจน์ถัดไปของลำดับ 3, -6, 12, -24, ...

วิธีทำ พิจารณาความสัมพันธ์ของลำดับ

จะได้

$$\begin{array}{ccccccc} 3 & -6 & 12 & -24 & 48 & -96 \\ & \times(-2) & \times(-2) & \times(-2) & \times(-2) & \times(-2) \end{array}$$

ดังนั้น สองพจน์ถัดไปของลำดับ 3, -6, 12, -24, ... คือ 48 และ -96

back Next

ลำดับ

การหาพจน์ของลำดับ

ตัวอย่างที่ 12 จงหาสองพจน์ถัดไปของลำดับ 4,096, 1,024, 256, 64, ...

วิธีทำ พิจารณาความสัมพันธ์ของลำดับ

จะได้

$$\begin{array}{ccccccc} 4,096 & 1,024 & 256 & 64 & 16 & 4 \\ & +4 & +4 & +4 & +4 & +4 \end{array}$$

ดังนั้น สองพจน์ถัดไปของลำดับ 4,096, 1,024, 256, 64, ... คือ 16 และ 4

back Next

สื่อโปรแกรม Power Point เรื่อง “ลำดับ”(ลำดับ) หน้าที่ 17 – 22

ลำดับ

การหาพจน์ของลำดับ

ตัวอย่างที่ 13 จงหาสองพจน์ถัดไปของลำดับ 57, 59, 63, 69, ...

วิธีทำ พิจารณาความสัมพันธ์ของลำดับ

จะได้ $57 \xrightarrow{+2} 59 \xrightarrow{+4} 63 \xrightarrow{+6} 69 \xrightarrow{+8} 77 \xrightarrow{+10} 87$

ดังนั้น สองพจน์ถัดไปของลำดับ 57, 59, 63, 69, ... คือ 77 และ 87

back Next

ลำดับ

การหาพจน์ของลำดับ

ตัวอย่างที่ 14 จงหาสองพจน์ถัดไปของลำดับ 108, 105, 101, 96, ...

วิธีทำ พิจารณาความสัมพันธ์ของลำดับ

จะได้ $108 \xrightarrow{-3} 105 \xrightarrow{-4} 101 \xrightarrow{-5} 96 \xrightarrow{-6} 90 \xrightarrow{-7} 83$

ดังนั้น สองพจน์ถัดไปของลำดับ 108, 105, 101, 96, ... คือ 90 และ 83

back Next

ลำดับ

การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ

ตัวอย่างที่ 15 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 6, 12, 18, 24, 30

วิธีทำ พิจารณาลำดับ 6, 12, 18, 24, 30

จะได้ว่า $a_1 = 6 = 6 \times 1$
 $a_2 = 12 = 6 \times 2$
 $a_3 = 18 = 6 \times 3$
 $a_4 = 24 = 6 \times 4$
 $a_5 = 30 = 6 \times 5$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับ 6, 12, 18, 24, 30 คือ $a_n = 6n$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$

back Next

ลำดับ

การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ

ตัวอย่างที่ 16 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ 7, 9, 11, 13, 15

วิธีทำ พิจารณาลำดับ 7, 9, 11, 13, 15

จะได้ว่า $a_1 = 7 = 2+5 = 2(1)+5$
 $a_2 = 9 = 4+5 = 2(2)+5$
 $a_3 = 11 = 6+5 = 2(3)+5$
 $a_4 = 13 = 8+5 = 2(4)+5$
 $a_5 = 15 = 10+5 = 2(5)+5$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับ 7, 9, 11, 13, 15 คือ $a_n = 2n+5$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$

back Next

ลำดับ

การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ

ตัวอย่างที่ 17 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ -2, 4, -8, 16, -32

วิธีทำ พิจารณาลำดับ -2, 4, -8, 16, -32

จะได้ว่า $a_1 = -2 = (-1)2 = (-1)^{(1)}2^{(1)}$
 $a_2 = 4 = (1)4 = (-1)^{(2)}2^{(2)}$
 $a_3 = -8 = (-1)8 = (-1)^{(3)}2^{(3)}$
 $a_4 = 16 = (1)16 = (-1)^{(4)}2^{(4)}$
 $a_5 = -32 = (-1)32 = (-1)^{(5)}2^{(5)}$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับ -2, 4, -8, 16, -32 คือ $a_n = (-1)^n 2^n$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$

back Next

ลำดับ

การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ

ตัวอย่างที่ 18 จงหาพจน์ทั่วไปของลำดับ $\frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{6}{7}, \frac{7}{8}$

วิธีทำ พิจารณาลำดับ $\frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{6}{7}, \frac{7}{8}$

จะได้ว่า $a_1 = \frac{3}{4} = \frac{2+(1)}{3+(1)}$
 $a_2 = \frac{4}{5} = \frac{2+(2)}{3+(2)}$
 $a_3 = \frac{5}{6} = \frac{2+(3)}{3+(3)}$
 $a_4 = \frac{6}{7} = \frac{2+(4)}{3+(4)}$
 $a_5 = \frac{7}{8} = \frac{2+(5)}{3+(5)}$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับ $\frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{6}{7}, \frac{7}{8}$ คือ $a_n = \frac{n+2}{n+3}$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$

back Next



แบบทดสอบเก็บคะแนนหลังเรียนครั้งที่ 1 เรื่อง “ลำดับ”
 รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน รหัสวิชา ค32102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5
 เวลา 30 นาที คะแนนเต็ม 10 คะแนน

คำชี้แจง

- 1) ข้อสอบฉบับนี้เป็นข้อสอบแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 10 ข้อ ใช้เวลาทำข้อสอบ 30 นาที
- 2) ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียวแล้วทำเครื่องหมาย (X) ลงในกระดาษคำตอบ

มาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด

ค 1.2 ม.5/2 เข้าใจและนำความรู้เกี่ยวกับลำดับและอนุกรมไปใช้

จุดประสงค์การเรียนรู้ บอกความหมายของลำดับ ลำดับจำกัดและลำดับอนันต์ได้

1. ฟังก์ชันข้อใดไม่เป็นลำดับ

- 1) $F_1 = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5), (5, 6)\}$
- 2) $F_2 = \{(1, a), (2, b), (3, c), (4, d), (5, e)\}$
- 3) $F_3 = \{(1, -2), (2, -3), (-3, -4), (4, -5), (5, -6)\}$
- 4) $F_4 = \{(1, -2), (2, -3), (3, -4), (4, -5), (5, -6)\}$

2. ข้อใดต่อไปนีไม่ถูกต้อง

- 1) 4, 8, 12, 16, ..., 28 เป็นลำดับจำกัด
- 2) $\{(1, 2), (2, 4), (3, 8), \dots, (n, n^2), \dots\}$ เป็นลำดับอนันต์
- 3) ออมเงินวันละ 5 บาท จำนวนเงินออม 10 วันแรกสามารถเขียนเป็นลำดับคือ 5, 10, 15, ..., $5n$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ เป็นลำดับจำกัด
- 4) 4, 9, 16, 25, 36, ..., $(n + 1)^2$ เป็นลำดับจำกัด

3. ข้อใดไม่เป็นลำดับอนันต์

- 1) $a_n = \frac{n+2}{n}$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, \dots\}$
- 2) 7, 12, 17, 22, 27, ..., $5n + 2, \dots$
- 3) $a_n = 2n - 4$ เมื่อ $n \in \mathbb{I}^+$
- 4) -2, -4, -6, -8, ..., -20

จุดประสงค์การเรียนรู้ หาพจน์ของลำดับจากพจน์ทั่วไปที่กำหนดได้

4. ผลรวมของพจน์ที่ 6 กับพจน์ที่ 8 ของลำดับ 45, 42, 39, 36, ..., 3 เท่ากับข้อใด

- 1) 54 2) 50 3) 48 4) 44

5. สามพจน์ถัดไปของลำดับ 7, 10, 16, 25, 37, ... ตรงกับข้อใด

- 1) 52, 69 และ 88 2) 52, 70 และ 91
3) 40, 43 และ 46 4) 43, 49 และ 55

6. ลำดับ $a_n = 3n - 2$ เขียนแบบแจกแจงพจน์ตรงกับข้อใด

- 1) 0, 3, 6, 9, ... 2) 1, 4, 7, 10, ...
3) 1, 3, 5, 7, ... 4) 1, 3, 7, 11, ...

7. กำหนดลำดับ $a_n = 2^{n-1} - 2$ แล้ว $a_3 + 2a_5$ เท่ากับข้อใด

- 1) 26 2) 28 3) 30 4) 32

จุดประสงค์การเรียนรู้ หาพจน์ทั่วไปของลำดับที่กำหนดได้

8. พจน์ทั่วไปของลำดับ 2, 5, 8, 11, ... ตรงกับข้อใด

- 1) $a_n = 2n + 1$ 2) $a_n = 2n - 1$
3) $a_n = 3n + 1$ 4) $a_n = 3n - 1$

9. ข้อใดเป็นพจน์ทั่วไปของลำดับ $\frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{3}{7}, \frac{4}{9}, \dots$

- 1) $a_n = \frac{n+1}{n}$ 2) $a_n = \frac{2n-1}{n-1}$
3) $a_n = \frac{n}{2n+1}$ 4) $a_n = \frac{n}{2n-1}$

10. ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- (1) พจน์ทั่วไปของลำดับ 2, 6, 10, 14, 18 คือ $a_n = 4n - 2$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, \dots\}$
(2) พจน์ทั่วไปของลำดับ 3, 5, 9, 17, ... คือ $a_n = 2^n + 1$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, \dots\}$
1) ข้อ 1) และข้อ 2) ถูก 2) ข้อ 1) ผิด แต่ข้อ 2) ถูก
3) ข้อ 1) ถูก แต่ข้อ 2 ผิด 4) ข้อ 1) และข้อ 2) ผิด

เฉลยแบบทดสอบเก็บคะแนนหลังเรียนครั้งที่ 1 เรื่อง “ลำดับ”

1. ตอบ ข้อ 3)
 - 1) $F_1 = \{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5), (5, 6)\}$
เป็นลำดับ เพราะมีโดเมนเป็นเซตของ $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
 - 2) $F_2 = \{(1, a), (2, b), (3, c), (4, d), (5, e)\}$
เป็นลำดับ เพราะมีโดเมนเป็นเซตของ $\{1, 2, 3, 4, 5\}$
 - 3) $F_3 = \{(1, -2), (2, -3), (-3, -4), (4, -5), (5, -6)\}$
ไม่เป็นลำดับ เพราะมีโดเมนไม่เป็นเซตของ $\{1, 2, -3, 4, 5\}$
 - 4) $F_4 = \{(1, -2), (2, -3), (3, -4), (4, -5), (5, -6)\}$
เป็นลำดับ เพราะมีโดเมนเป็นเซตของ $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

2. ตอบ ข้อ 4)
 - 1) ถูกต้อง
4, 8, 12, 16, ..., 28 เป็นลำดับจำกัด เพราะมีโดเมนเป็นเซตของ $\{1, 2, 3, \dots, 7\}$
 - 2) ถูกต้อง
 $\{(1, 2), (2, 4), (3, 8), \dots, (n, n^2), \dots\}$ เป็นลำดับอนันต์ เพราะมีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก
 - 3) ถูกต้อง
ออมเงินวันละ 5 บาท จำนวนเงินออม 10 วันแรกสามารถเขียนเป็นลำดับคือ 5, 10, 15, ..., $5n$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ เป็นลำดับจำกัด
 - 4) ไม่ถูกต้อง
4, 9, 16, 25, 36, ..., $(n + 1)^2$ เป็นลำดับอนันต์ เพราะมีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก

3. ตอบ ข้อ 4)
 - 1) $a_n = \frac{n+2}{n}$ เป็นลำดับอนันต์ เพราะ มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก
 - 2) 7, 12, 17, 22, 27, ..., $5n + 2, \dots$ เป็นลำดับอนันต์ เพราะ มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก
 - 3) $a_n = 2n - 4$ เป็นลำดับอนันต์ เพราะ มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก
 - 4) -2, -4, -6, -8, ..., -20 เป็นลำดับจำกัด เพราะ มีโดเมนเป็นเซตของ $\{1, 2, 3, \dots, 10\}$

4. ตอบ ข้อ 1)

ให้ a_6 แทน พจน์ที่ 6 และ a_8 แทน พจน์ที่ 8 ของลำดับ 45, 42, 39, 36, ..., 3

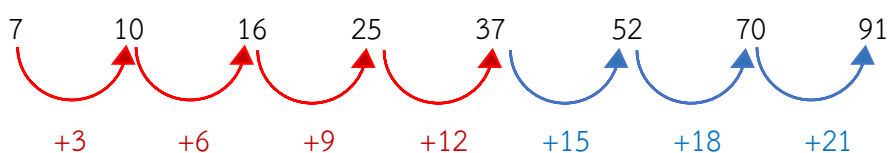
จะได้ ผลรวมของพจน์ที่ 6 กับพจน์ที่ 8 คือ $a_6 + a_8$

$$\begin{aligned}\text{นั่นคือ} \quad a_6 + a_8 &= 30 + 24 \\ &= 54\end{aligned}$$

ดังนั้น ผลรวมของพจน์ที่ 6 กับพจน์ที่ 8 ของลำดับ 45, 42, 39, 36, ..., 3 เท่ากับ 54

5. ตอบ ข้อ 2)

พิจารณาความสัมพันธ์ของลำดับ



ดังนั้น สามพจน์ถัดไปของลำดับ 7, 10, 16, 25, 37, ... คือ 52, 70 และ 91

6. ตอบ ข้อ 2)

พิจารณาลำดับ $a_n = 3n - 2$

$$\begin{aligned}\text{จะได้} \quad a_1 &= 3(1) - 2 = 3 - 2 = 1 \\ a_2 &= 3(2) - 2 = 6 - 2 = 4 \\ a_3 &= 3(3) - 2 = 9 - 2 = 7 \\ a_4 &= 3(4) - 2 = 12 - 2 = 10 \\ &\vdots\end{aligned}$$

ดังนั้น ลำดับ $a_n = 3n - 2$ เขียนแบบแจกแจงพจน์ คือ 1, 4, 7, 10, ...

7. ตอบ ข้อ 3)

จากกำหนด ลำดับ $a_n = 2^{n-1} - 2$

$$\begin{aligned}\text{จะได้} \quad a_3 &= 2^{3-1} - 2 = 2^2 - 2 = 4 - 2 = 2 \\ a_5 &= 2^{5-1} - 2 = 2^4 - 2 = 16 - 2 = 14\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{นั่นคือ} \quad a_3 + 2a_5 &= 2 + 2(14) \\ &= 2 + 28 = 30\end{aligned}$$

ดังนั้น เมื่อกำหนดลำดับ $a_n = 2^{n-1} - 2$ แล้ว $a_3 + 2a_5$ เท่ากับ 30

8. ตอบ ข้อ 4)

พิจารณาลำดับ 2, 5, 8, 11, ...

$$\begin{aligned}\text{จะได้ว่า } a_1 &= 2 = 3 - 1 = 3(1) - 1 \\ a_2 &= 5 = 6 - 1 = 3(2) - 1 \\ a_3 &= 8 = 9 - 1 = 3(3) - 1 \\ a_4 &= 11 = 12 - 1 = 3(4) - 1 \\ &\vdots \\ a_n &= 3(n) - 1\end{aligned}$$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับ 2, 5, 8, 11, ... คือ $a_n = 3n - 1$

9. ตอบ ข้อ 3)

พิจารณาลำดับ $\frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{3}{7}, \frac{4}{9}, \dots$

$$\begin{aligned}\text{จะได้ว่า } a_1 &= \frac{1}{3} = \frac{1}{2+1} = \frac{1}{2(1)+1} \\ a_2 &= \frac{2}{5} = \frac{2}{4+1} = \frac{2}{2(2)+1} \\ a_3 &= \frac{3}{7} = \frac{3}{6+1} = \frac{3}{2(3)+1} \\ a_4 &= \frac{4}{9} = \frac{4}{8+1} = \frac{4}{2(4)+1} \\ &\vdots \\ a_n &= \frac{n}{2(n)+1}\end{aligned}$$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับ $\frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{3}{7}, \frac{4}{9}, \dots$ คือ $a_n = \frac{n}{2n+1}$

10. ตอบ ข้อ 2)

(1) พิจารณาลำดับ 2, 6, 10, 14, 18

$$\begin{aligned}\text{จะได้ว่า } a_1 &= 2 = 4 - 2 = 4(1) - 2 \\ a_2 &= 6 = 8 - 2 = 4(2) - 2 \\ a_3 &= 10 = 12 - 2 = 4(3) - 2 \\ a_4 &= 14 = 16 - 2 = 4(4) - 2 \\ a_5 &= 18 = 20 - 2 = 4(5) - 2 \\ a_n &= 4(n) - 2\end{aligned}$$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับ 2, 6, 10, 14, 18 คือ $a_n = 4n - 2$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$

(2) พิจารณาลำดับ 3, 5, 9, 17, ...

จะได้ว่า

$$\begin{aligned} a_1 &= 3 = 2 + 1 = 2^{(1)} + 1 \\ a_2 &= 5 = 4 + 1 = 2^{(2)} + 1 \\ a_3 &= 9 = 8 + 1 = 2^{(3)} + 1 \\ a_4 &= 17 = 16 + 1 = 2^{(4)} + 1 \\ &\vdots \\ a_n &= 2^{(n)} + 1 \end{aligned}$$

ดังนั้น พจน์ทั่วไปของลำดับ 3, 5, 9, 17, ... คือ $a_n = 2^n + 1$ เมื่อ $n \in \{1, 2, 3, 4, \dots\}$

เกณฑ์การประเมินผลแบบฝึกหัดที่ 1 “ลำดับ”

ประเด็นการประเมิน	ระดับคุณภาพ			
	4	3	2	1
ด้านความรู้ 1. บอกความหมายของลำดับ ลำดับจำกัดและลำดับอนันต์ได้	สามารถทำแบบฝึกหัดที่ 1 “ลำดับ” ข้อที่ 1 ได้อย่างถูกต้อง สมบูรณ์ 5 ข้อ	สามารถทำแบบฝึกหัดที่ 1 “ลำดับ” ข้อที่ 1 ได้อย่างถูกต้อง สมบูรณ์ 3 - 4 ข้อ	สามารถทำแบบฝึกหัดที่ 1 “ลำดับ” ข้อที่ 1 ได้อย่างถูกต้อง สมบูรณ์ 1 - 2 ข้อ	มีร่องรอยของความพยายามในการทำแบบฝึกหัดที่ 1 “ลำดับ” ข้อที่ 1 แต่ไม่ถูกต้อง สมบูรณ์
2. หาพจน์ของลำดับจากพจน์ทั่วไปที่กำหนดได้	สามารถทำแบบฝึกหัดที่ 1 “ลำดับ” ข้อที่ 2 ได้อย่างถูกต้อง สมบูรณ์ 7 - 8 ข้อ	สามารถทำแบบฝึกหัดที่ 1 “ลำดับ” ข้อที่ 2 ได้อย่างถูกต้อง สมบูรณ์ 4 - 6 ข้อ	สามารถทำแบบฝึกหัดที่ 1 “ลำดับ” ข้อที่ 2 ได้อย่างถูกต้อง สมบูรณ์ 1 - 3 ข้อ	มีร่องรอยของความพยายามในการทำแบบฝึกหัดที่ 1 “ลำดับ” ข้อที่ 2 แต่ไม่ถูกต้อง สมบูรณ์
3. หาพจน์ทั่วไปของลำดับที่กำหนดได้	สามารถทำแบบฝึกหัดที่ 1 “ลำดับ” ข้อที่ 3 ได้อย่างถูกต้อง สมบูรณ์ 7 - 8 ข้อ	สามารถทำแบบฝึกหัดที่ 1 “ลำดับ” ข้อที่ 3 ได้อย่างถูกต้อง สมบูรณ์ 4 - 6 ข้อ	สามารถทำแบบฝึกหัดที่ 1 “ลำดับ” ข้อที่ 3 ได้อย่างถูกต้อง สมบูรณ์ 1 - 3 ข้อ	มีร่องรอยของความพยายามในการทำแบบฝึกหัดที่ 1 “ลำดับ” ข้อที่ 3 แต่ไม่ถูกต้อง สมบูรณ์

*** ถ้าผลการประเมินในรายการใดไม่ถึงเกณฑ์ระดับ 1 ให้กำหนดเป็น 0

การแปลความหมาย

ระดับ 4 หมายถึง มีระดับคุณภาพดีมาก

ระดับ 3 หมายถึง มีระดับคุณภาพดี

ระดับ 2 หมายถึง มีระดับคุณภาพพอใช้

ระดับ 1 หมายถึง มีระดับคุณภาพปรับปรุง

เกณฑ์การประเมินผลเอกสารแนบแนวทางที่ 1 “ความหมายของลำดับ”

ประเด็นการประเมิน	ระดับคุณภาพ			
	4	3	2	1
ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ 1. ให้เหตุผลในการบอกความหมายของลำดับ ลำดับจำกัดและลำดับอนันต์ได้	สามารถทำเอกสารแนบแนวทางที่ 1 “ความหมายของลำดับ” ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 4 ข้อ	สามารถทำเอกสารแนบแนวทางที่ 1 “ความหมายของลำดับ” ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 2 - 3 ข้อ	สามารถทำเอกสารแนบแนวทางที่ 1 “ความหมายของลำดับ” ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 1 ข้อ	มีร่องรอยของความพยายามในการทำเอกสารแนบแนวทางที่ 1 “ความหมายของลำดับ” แต่ไม่ถูกต้องสมบูรณ์
ด้านสมรรถนะสำคัญของผู้เรียน 1. สามารถในการสื่อสารในการนำเสนอความหมายของลำดับ ลำดับจำกัดและลำดับอนันต์ได้	สามารถทำเอกสารแนบแนวทางที่ 1 ในการนำเสนอหรือเขียน “ความหมายของลำดับ” ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 4 ข้อ	สามารถทำเอกสารแนบแนวทางที่ 1 ในการนำเสนอหรือเขียน “ความหมายของลำดับ” ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 2 - 3 ข้อ	สามารถทำเอกสารแนบแนวทางที่ 1 ในการนำเสนอหรือเขียน “ความหมายของลำดับ” ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 1 ข้อ	มีร่องรอยของความพยายามในการทำเอกสารแนบแนวทางที่ 1 ในการนำเสนอหรือเขียน “ความหมายของลำดับ” แต่ไม่ถูกต้องสมบูรณ์

*** ถ้าผลการประเมินในรายการใดไม่ถึงเกณฑ์ระดับ 1 ให้กำหนดเป็น 0

การแปลความหมาย

ระดับ 4 หมายถึง มีระดับคุณภาพดีมาก

ระดับ 3 หมายถึง มีระดับคุณภาพดี

ระดับ 2 หมายถึง มีระดับคุณภาพพอใช้

ระดับ 1 หมายถึง มีระดับคุณภาพปรับปรุง

เกณฑ์การประเมินผลเอกสารแนบแนวทางที่ 2 “การหาพจน์ของลำดับ”

ประเด็นการประเมิน	ระดับคุณภาพ			
	4	3	2	1
ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ 1. ใช้การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ในการนำเสนอการหาพจน์ของลำดับและพจน์ทั่วไปของลำดับได้	สามารถทำเอกสารแนบแนวทางที่ 2 “การหาพจน์ของลำดับ” ใช้เครื่องหมายทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง สมบูรณ์ 8 – 9 ข้อ	สามารถทำเอกสารแนบแนวทางที่ 2 “การหาพจน์ของลำดับ” ใช้เครื่องหมายทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง สมบูรณ์ 5 – 7 ข้อ	สามารถทำเอกสารแนบแนวทางที่ 2 “การหาพจน์ของลำดับ” ใช้เครื่องหมายทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง สมบูรณ์ 1 – 4 ข้อ	มีร่องรอยของความพยายามในการทำเอกสารแนบแนวทางที่ 2 “การหาพจน์ของลำดับ” ใช้เครื่องหมายทางคณิตศาสตร์ แต่ไม่ถูกต้องสมบูรณ์
ด้านสมรรถนะสำคัญของผู้เรียน 1. สามารถในการสื่อสารในการนำเสนอความหมายของลำดับ ลำดับจำกัดและลำดับอนันต์ได้	นำเสนอหรือเขียนเอกสารแนบแนวทางที่ 2 “การหาพจน์ของลำดับ” ได้อย่างถูกต้อง สมบูรณ์ 8 – 9 ข้อ	นำเสนอหรือเขียนเอกสารแนบแนวทางที่ 2 “การหาพจน์ของลำดับ” ได้อย่างถูกต้อง สมบูรณ์ 5 – 7 ข้อ	นำเสนอหรือเขียนเอกสารแนบแนวทางที่ 2 “การหาพจน์ของลำดับ” ได้อย่างถูกต้อง สมบูรณ์ 1 – 4 ข้อ	มีร่องรอยของความพยายามนำเสนอหรือเขียน เอกสารแนบแนวทางที่ 2 แต่ไม่ถูกต้องสมบูรณ์

*** ถ้าผลการประเมินในรายการใดไม่ถึงเกณฑ์ระดับ 1 ให้กำหนดเป็น 0

การแปลความหมาย

ระดับ 4 หมายถึง มีระดับคุณภาพดีมาก

ระดับ 3 หมายถึง มีระดับคุณภาพดี

ระดับ 2 หมายถึง มีระดับคุณภาพพอใช้

ระดับ 1 หมายถึง มีระดับคุณภาพปรับปรุง

เกณฑ์การประเมินผลเอกสารแนบแนวทางที่ 3 “พจนทั่วไปของลำดับ”

ประเด็นการประเมิน	ระดับคุณภาพ			
	4	3	2	1
ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ 1. ใช้การสื่อสารและการสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ในการนำเสนอการพจน์ของลำดับและพจน์ทั่วไปของลำดับได้	สามารถทำเอกสารแนบแนวทางที่ 3 “พจนทั่วไปของลำดับ” ใช้เครื่องหมายทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง สมบูรณ์ 4 ข้อ	สามารถทำเอกสารแนบแนวทางที่ 3 “พจนทั่วไปของลำดับ” ใช้เครื่องหมายทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง สมบูรณ์ 2 - 3 ข้อ	สามารถทำเอกสารแนบแนวทางที่ 3 “พจนทั่วไปของลำดับ” ใช้เครื่องหมายทางคณิตศาสตร์ได้อย่างถูกต้อง สมบูรณ์ 1 ข้อ	มีร่องรอยของความพยายามในการทำเอกสารแนบแนวทางที่ 3 “พจนทั่วไปของลำดับ” ใช้เครื่องหมายทางคณิตศาสตร์ แต่ไม่ถูกต้องสมบูรณ์
ด้านสมรรถนะสำคัญของผู้เรียน 1. สามารถในการสื่อสารในการนำเสนอความหมายของลำดับลำดับจำกัดและลำดับอนันต์ได้	นำเสนอหรือเขียนแนบแนวทางที่ 3 “พจนทั่วไปของลำดับ” ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 4 ข้อ	นำเสนอหรือเขียนแนบแนวทางที่ 3 “พจนทั่วไปของลำดับ” ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 2 - 3 ข้อ	นำเสนอหรือเขียนแนบแนวทางที่ 3 “พจนทั่วไปของลำดับ” ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 1 ข้อ	มีร่องรอยของความพยายามนำเสนอหรือเขียน เอกสารแนบแนวทางที่ 3 “พจนทั่วไปของลำดับ” แต่ไม่ถูกต้องสมบูรณ์

*** ถ้าผลการประเมินในรายการใดไม่ถึงเกณฑ์ระดับ 1 ให้กำหนดเป็น 0

การแปลความหมาย

ระดับ 4 หมายถึง มีระดับคุณภาพดีมาก

ระดับ 3 หมายถึง มีระดับคุณภาพดี

ระดับ 2 หมายถึง มีระดับคุณภาพพอใช้

ระดับ 1 หมายถึง มีระดับคุณภาพปรับปรุง

เกณฑ์การประเมินผลด้านด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ประเด็นการประเมิน	ระดับคุณภาพ			
	4	3	2	1
1. ซื่อสัตย์สุจริต	ทำแบบทดสอบเก็บคะแนนหลังเรียนครั้งที่ 1 โดยไม่คัดลอกจากผู้อื่น และปฏิบัติตามข้อตกลงที่กำหนดให้	ทำแบบทดสอบเก็บคะแนนหลังเรียนครั้งที่ 1 โดยไม่คัดลอกจากผู้อื่น เป็นส่วนใหญ่ และปฏิบัติตามข้อตกลงที่กำหนดให้เป็นส่วนใหญ่	ทำแบบทดสอบเก็บคะแนนหลังเรียนครั้งที่ 1 โดยคัดลอกจากผู้อื่น เป็นส่วนใหญ่และปฏิบัติตามข้อตกลงที่กำหนดให้ร่วมกัน เป็นบางครั้งและต้องอาศัยการแนะนำหรือตักเตือน	ทำแบบทดสอบเก็บคะแนนหลังเรียนครั้งที่ 1 โดยคัดลอกจากผู้อื่น เป็นส่วนใหญ่และปฏิบัติตามข้อตกลงที่กำหนดให้ร่วมกัน เป็นบางครั้งและต้องอาศัยการแนะนำหรือตักเตือน
2. มีวินัย	แต่งกายเรียบร้อย	แต่งกายเรียบร้อย โดยส่วนใหญ่	แต่งกายเรียบร้อย บางส่วนแก้ไขเมื่อได้รับการตักเตือน	แต่งกายเรียบร้อย บางส่วนไม่แก้ไข เมื่อได้รับการตักเตือน
3. ใฝ่เรียนรู้	การเข้าเรียนตรงเวลา	การเข้าเรียนสายไม่เกิน 5 นาที	การเข้าเรียนสายเกิน 5 นาทีแต่ไม่เกิน 15 นาที	การเข้าเรียนสายเกิน 15 นาที
4. มุ่งมั่นในการทำงาน	ทำแบบฝึกหัดที่ 1 “ลำดับ” ครบทุกข้อและถูกต้องสมบูรณ์	ทำแบบฝึกหัดที่ 1 “ลำดับ” ครบทุกข้อและถูกต้องเป็นส่วนใหญ่	ทำแบบฝึกหัดที่ 1 “ลำดับ” ครบทุกข้อและถูกต้องเป็นบางส่วน	ทำแบบฝึกหัดที่ 1 “ลำดับ” ครบทุกข้อหรือไม่ครบแต่ไม่ถูกต้อง

*** ถ้าผลการประเมินในรายการใดไม่ถึงเกณฑ์ระดับ 1 ให้กำหนดเป็น 0

การแปลความหมาย

ระดับ 4 หมายถึง มีระดับคุณภาพดีเยี่ยม

ระดับ 3 หมายถึง มีระดับคุณภาพดี

ระดับ 2 หมายถึง มีระดับคุณภาพผ่าน

ระดับ 1 หมายถึง มีระดับคุณภาพไม่ผ่าน

เกณฑ์การประเมินผลด้านสมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

ประเด็นการประเมิน	ระดับคุณภาพ			
	4	3	2	1
สามารถใช้ทักษะชีวิตในการทำกิจกรรมกลุ่มในชั้นเรียนได้	มีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมกลุ่มในชั้นเรียน แสดงความคิดเห็นภายในกลุ่ม ช่วยเหลือสมาชิกในกลุ่มทุกครั้ง	มีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมกลุ่มในชั้นเรียน แสดงความคิดเห็นภายในกลุ่ม ช่วยเหลือสมาชิกเป็นส่วนใหญ่	มีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมกลุ่มในชั้นเรียน แสดงความคิดเห็นภายในกลุ่ม ช่วยเหลือสมาชิกในกลุ่มบางครั้งแก้ไขเมื่อได้คำแนะนำ	มีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมกลุ่มในชั้นเรียน แสดงความคิดเห็นภายในกลุ่ม ช่วยเหลือสมาชิกในกลุ่มบางครั้งไม่แก้ไขเมื่อได้คำแนะนำ

*** ถ้าผลการประเมินในรายการใดไม่ถึงเกณฑ์ระดับ 1 ให้กำหนดเป็น 0

การแปลความหมาย

ระดับ 4 หมายถึง มีระดับคุณภาพดีมาก

ระดับ 3 หมายถึง มีระดับคุณภาพดี

ระดับ 2 หมายถึง มีระดับคุณภาพพอใช้

ระดับ 1 หมายถึง มีระดับคุณภาพปรับปรุง

การแปลผลการประเมินคุณภาพเป็นคะแนน

คุณภาพ(x)	คะแนนเต็ม 5 คะแนน
$3.2 < x \leq 4$	5
$2.4 < x \leq 3.2$	4
$1.6 < x \leq 2.4$	3
$0.8 < x \leq 1.6$	2
$0 < x \leq 0.8$	1
0	0

แบบประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

[illegible]

แบบประเมินผลด้านความรู้

[illegible]

บรรณานุกรม

- กระทรวงศึกษาธิการ. 2560. **ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์(ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551**. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด.
- ปารณีย์ ภิบาลจอมมี. 2558. “การพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับแบบกลุ่มร่วมมือ.” ปรินญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาหลักสูตรและการสอน, มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.
- พิชิต ฤทธิ์จรรยา. 2557. **หลักการวัดและประเมินผลการศึกษา**. พิมพ์ครั้งที่ 9. กรุงเทพฯ : แฮสออฟเคอร์มิสท์.
- มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลสุวรรณภูมิ. 2553. **คู่มือการจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ**. พระนครศรีอยุธยา : สำนักส่งเสริมงานวิชาการและทะเบียน มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลสุวรรณภูมิ.
- ยุทธคม ภมรสุพรวิจิต. (ม.ป.ป.). **แบบฝึกหัด รายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5**. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ : บริษัท อักษรเจริญทัศน์ อจท. จำกัด.
- ศศิเกษม สัทธิธรรมสกุลและเอกสิทธิ์ เกิดกฤษฏานนท์. (ม.ป.ป.). **คู่มือเตรียมสอบ ASORN พิชิต O-NET คณิตศาสตร์ ม.6**. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ : บริษัท อักษรเจริญทัศน์ อจท. จำกัด.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2555. **การวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์**.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2559. **หนังสือเรียน รายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-5 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551**. พิมพ์ครั้งที่ 9. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2562. **หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5**. พิมพ์ครั้งที่ 2 .กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สมนึก ภัททิยานี. 2553. **การวัดผลการศึกษา**. พิมพ์ครั้งที่ 5. กทม. : ประสานการพิมพ์.
- อนุวัติ คุณแก้ว. 2558. **การวัดผลและประเมินผลการศึกษาแนวใหม่**. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.