



### แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7

รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน รหัสวิชา ค 32102

หน่วยการเรียนรู้เรื่อง ลำดับและอนุกรม

เรื่อง อนุกรมเรขาคณิต

ภาคเรียนที่ 2

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

เวลา 6 ชั่วโมง

#### 1. มาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด

ค 1.2 ม.5/2 เข้าใจและนำความรู้เกี่ยวกับลำดับและอนุกรมไปใช้

#### 2. สาระการเรียนรู้

อนุกรมเรขาคณิต

#### 3. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

อนุกรมเรขาคณิต(geometric series) คือ อนุกรมที่ได้จากลำดับเรขาคณิต และมีอัตราส่วนร่วมของลำดับเรขาคณิตเป็นอัตราส่วนร่วมของอนุกรมเรขาคณิตด้วย สูตรผลบวกการหา

อนุกรมเรขาคณิต คือ  $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$  เมื่อ  $r \neq 1$  หรือ  $S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1-r}$  เมื่อ  $r \neq 1$

#### 4. จุดประสงค์การเรียนรู้

##### 4.1 ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

- 4.1.1 บอกความหมายของอนุกรมเรขาคณิตได้
- 4.1.2 หาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิตได้
- 4.1.3 นำอนุกรมเรขาคณิตไปใช้แก้ปัญหาโจทย์หรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้

##### 4.2 ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถ

- 4.2.1 ให้เหตุผลในการบอกความหมายของของอนุกรมเรขาคณิตได้
- 4.2.2 ใช้การแก้ปัญหาจากปัญหาโจทย์ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิตได้
- 4.2.3 ใช้การเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ปัญหาโจทย์หรือสถานการณ์ที่

กำหนดให้โดยใช้อนุกรมเรขาคณิตได้

4.2.4 ใช้การคิดสร้างสรรค์เพื่อแก้ปัญหาปัญหาโจทย์หรือสถานการณ์ที่กำหนดให้โดยใช้ออนุกรมเรขาคณิตได้

4.2.5 ใช้การสื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ในการนำเสนอการแก้ปัญหาจากปัญหาโจทย์หรือสถานการณ์ที่กำหนดให้โดยใช้ออนุกรมเรขาคณิตได้

### 4.3 ด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์ นักเรียนเป็นผู้ที่

4.3.1 ซื่อสัตย์สุจริต

4.3.2 มีวินัย

4.3.3 ใฝ่เรียนรู้

4.3.4 มุ่งมั่นในการทำงาน

### 4.4 ด้านสมรรถนะสำคัญของนักเรียน นักเรียนเป็นผู้ที่

4.4.1 ใช้ความสามารถในการสื่อสารในการนำเสนอความหมายของอนุกรมเรขาคณิตได้

4.4.2 ใช้ความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์ผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตได้

4.4.3 ใช้ความสามารถในการคิดเพื่อแก้ปัญหาโจทย์หรือสถานการณ์ที่กำหนดให้โดยใช้ออนุกรมเรขาคณิตได้

4.4.4 สามารถใช้ทักษะชีวิตในการทำกิจกรรมกลุ่มในชั้นเรียนได้

## 5. เนื้อหา/สาระ

### อนุกรมเรขาคณิต

อนุกรมเรขาคณิต(geometric series) คือ อนุกรมที่ได้จากลำดับเรขาคณิต และมีอัตราส่วนร่วมของลำดับเรขาคณิตเป็นอัตราส่วนร่วมของอนุกรมเรขาคณิตด้วย สูตรผลบวกการหาอนุกรมเรขาคณิต คือ

$$S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \text{ เมื่อ } r \neq 1 \text{ หรือ } S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1-r} \text{ เมื่อ } r = 1$$

พิจารณาลำดับเรขาคณิต 1, 3, 9, 27, ... , 6,561 ซึ่งเป็นลำดับเรขาคณิตที่มี 3 เป็นอัตราส่วนร่วมหาผลบวกของพจน์ทุกพจน์ของลำดับเรขาคณิตทำได้ดังนี้

ให้  $S = 1 + 3 + 9 + 27 + \dots + 6,561$  .....(1)

นั่นคือ  $3S = 3 + 9 + 27 + \dots + 6,561 + 19,683 \dots\dots\dots(2)$

จาก (1) และ (2) จะได้

$$2S = 19,683 - 1$$

$$= 19,682$$

$$S = 9,841$$

ดังนั้น  $1 + 3 + 9 + 27 + \dots + 6,561 = 9,841$

จากวิธีการหาผลบวกข้างต้น สามารถหาผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิตได้ดังนี้

ให้  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  เป็นลำดับเรขาคณิต ซึ่งมี  $r$  เป็นอัตราส่วนร่วม

ดังนั้น  $S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-2} + a_{n-1} + a_n$

$$= a_1 + a_1r + a_1r^2 + a_1r^3 + \dots + a_1r^{n-1} \dots\dots\dots(3)$$

และ  $rS_n = a_1r + a_1r^2 + a_1r^3 + \dots + a_1r^{n-1} + a_1r^n \dots\dots\dots(4)$

จาก (3) และ (4) จะได้

$$rS_n - S_n = a_1r^n - a_1$$

$$S_n(r - 1) = a_1r^n - a_1$$

$$= \frac{a_1r^n - a_1}{r - 1}$$

$$= \frac{a_1 - a_1r^n}{1 - r}$$

$$S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r} \quad \text{เมื่อ } r \neq 1$$

หรือ จาก  $S_n = \frac{a_1r^n - a_1}{r - 1}$

$$= \frac{a_1 - a_1r^n}{1 - r}$$

$$= \frac{a_1 - a_1r^{n-1} \cdot r}{1 - r}$$

$$= \frac{a_1 - a_nr}{1 - r} \quad \text{เมื่อ } r \neq 1$$

ดังนั้น ผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต  $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$  คือ

$$S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r} \quad \text{เมื่อ } r \neq 1 \quad \text{หรือ } S_n = \frac{a_1 - a_nr}{1 - r} \quad \text{เมื่อ } r \neq 1$$

**ตัวอย่างที่ 1** จงหาผลบวก 7 พจน์แรกของอนุกรมที่ได้จากลำดับเรขาคณิต 1, 2, 4, 8, ...

**วิธีทำ** จากลำดับเรขาคณิต 1, 2, 4, 8, ... จะได้  $a_1 = 1$  และ  $r = \frac{2}{1} = 2$

$$\text{แทน } n \text{ ด้วย } 7 \text{ ใน } S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \text{ เมื่อ } r \neq 1$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } S_7 &= \frac{1(1-2^7)}{1-2} \\ &= \frac{2^7-1}{2-1} \\ &= \frac{128-1}{1} \\ &= 127 \end{aligned}$$

ดังนั้น ผลบวก 7 พจน์แรกของอนุกรมที่ได้จากลำดับเรขาคณิต 1, 2, 4, 8, ... คือ 127

**ตัวอย่างที่ 2** จงหาผลบวก 8 พจน์แรกของอนุกรมที่ได้จากลำดับเรขาคณิต  $\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{18}, \frac{1}{54}, \dots$

**วิธีทำ** จากลำดับเรขาคณิต  $\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{18}, \frac{1}{54}, \dots$  จะได้  $a_1 = \frac{1}{2}$  และ  $r = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{3}$

$$\text{แทน } n \text{ ด้วย } 8 \text{ ใน } S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \text{ เมื่อ } r \neq 1$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } S_8 &= \frac{\frac{1}{2}\left(1-\left(\frac{1}{3}\right)^8\right)}{1-\frac{1}{3}} \\ &= \frac{\frac{1}{2}\left(1-\left(\frac{1}{3}\right)^8\right)}{\frac{2}{3}} \\ &= \frac{1}{2}\left(\frac{3}{2}\right)\left(1-\left(\frac{1}{3}\right)^8\right) \\ &= \frac{3}{4}\left(1-\left(\frac{1}{3}\right)^8\right) \end{aligned}$$

ดังนั้น ผลบวก 8 พจน์แรกของอนุกรมที่ได้จากลำดับเรขาคณิต  $\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{18}, \frac{1}{54}, \dots$  คือ

$$\frac{3}{4} \left( 1 - \left( \frac{1}{3} \right)^8 \right)$$

ตัวอย่างที่ 3 จงหาผลบวกของอนุกรมที่ได้จากลำดับเรขาคณิต  $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots, \frac{1}{256}$

วิธีทำ วิธีที่ 1 เนื่องจาก  $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots, \frac{1}{256}$  เป็นลำดับเรขาคณิต จะได้

$$a_1 = 1, r = \frac{\frac{1}{2}}{1} = \frac{1}{2} \text{ และ } a_n = \frac{1}{256}$$

$$\text{จาก } a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$\text{จะได้ } \frac{1}{256} = 1 \left( \frac{1}{2} \right)^{n-1}$$

$$\left( \frac{1}{2} \right)^8 = \left( \frac{1}{2} \right)^{n-1}$$

$$8 = n - 1$$

$$n = 9$$

$$\text{แทน } n \text{ ด้วย } 9 \text{ ใน } S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \text{ เมื่อ } r \neq 1$$

$$\text{จะได้ } S_9 = \frac{1 \left( 1 - \left( \frac{1}{2} \right)^9 \right)}{1 - \frac{1}{2}}$$

$$= \frac{1 - \frac{1}{512}}{\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{\frac{511}{512}}{\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{511}{512} \times 2$$

$$= \frac{511}{256}$$

วิธีที่ 2 เนื่องจาก  $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots, \frac{1}{256}$  เป็นลำดับเรขาคณิต จะได้

$$a_1 = 1, r = \frac{\frac{1}{2}}{1} = \frac{1}{2} \text{ และ } a_n = \frac{1}{256}$$

$$\text{จาก } S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1 - r} \text{ เมื่อ } r \neq 1$$

$$\text{จะได้ } S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1 - r}$$

$$= \frac{1 - \frac{1}{256} \left( \frac{1}{2} \right)}{1 - \left( \frac{1}{2} \right)}$$

$$= \frac{1 - \frac{1}{512}}{\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{512 - 1}{512} \times 2 = \frac{511}{256}$$

ดังนั้น ผลบวกของอนุกรมที่ได้จากลำดับเรขาคณิต  $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots, \frac{1}{256}$

คือ  $\frac{511}{256}$

**ตัวอย่างที่ 4** ลำดับเรขาคณิตชุดหนึ่งเป็น  $a_n = (-2)^n$  จงหา  $S_{10}$

**วิธีทำ** จากลำดับเรขาคณิตชุดหนึ่ง  $a_n = (-2)^n$

จะได้ลำดับเรขาคณิต  $-2, 4, -8, 16, \dots, (-2)^n$

ที่มี  $a_1 = -2, r = \frac{4}{-2} = -2, n = 10$  และเนื่องจากไม่ทราบพจน์ที่  $n$  สามารถใช้สูตร

$$S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r} \text{ เมื่อ } r \neq 1$$

$$\text{จะได้ } S_{10} = \frac{(-2)(1 - (-2)^{10})}{1 - (-2)}$$

$$= -\frac{2}{3}(1 - 1,024)$$

$$= -\frac{2}{3}(-1,023)$$

$$= \frac{2,046}{3}$$

$$= 682$$

ดังนั้น ลำดับเรขาคณิตชุดหนึ่งเป็น  $a_n = (-2)^n$  หา  $S_{10}$  เท่ากับ 682

**ตัวอย่างที่ 5** ลำดับเรขาคณิตชุดหนึ่ง มี  $a_3 = 24$  และ  $a_6 = -192$  จงหาค่าของ  $S_7$

**วิธีทำ** จากลำดับเรขาคณิตชุดหนึ่ง มี  $a_3 = 24$ ,  $a_6 = -192$

และจาก  $a_n = a_1 r^{n-1}$

จะได้  $a_3 = a_1 r^{3-1}$

$$24 = a_1 r^2 \quad \dots\dots\dots(1)$$

และ  $a_6 = a_1 r^{6-1}$

$$-192 = a_1 r^5 \quad \dots\dots\dots(2)$$

จาก (1) และ (2) จะได้

$$\frac{-192}{24} = r^3$$

$$r^3 = -8$$

นั่นคือ  $r = -2$

แทน  $r = -2$  ใน (1) จะได้

$$24 = a_1 (-2)^2$$

$$24 = 4a_1$$

$$a_1 = 6$$

จาก  $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$  เมื่อ  $r \neq 1$

จะได้  $S_7 = \frac{6(1-(-2)^7)}{1-(-2)}$

$$= \frac{6(1-(-128))}{3}$$

$$= 2(129) = 258$$

ดังนั้น ลำดับเรขาคณิตชุดหนึ่ง มี  $a_3 = 24$  และ  $a_6 = -192$  ค่าของ  $S_7$  เท่ากับ 258

**ตัวอย่างที่ 6** น้องม้นตั้งใจจะออมเงินซื้อของขวัญปีใหม่ให้แม่ โดยวันแรกจะออมเงิน 2 บาท วันที่สอง 4 บาท วันที่สาม 8 บาท เช่นนี้ไปเรื่อย ๆ เมื่อครบ 10 วัน น้องม้นจะออมเงินทั้งหมดเท่าใด

**วิธีทำ** จำนวนเงินที่น้องม้นออมคือ ลำดับเรขาคณิต 2, 4, 8, ...

ที่มี  $a_1 = 2$  และ  $r = \frac{4}{2} = 2$

ดังนั้น จำนวนเงินที่น้องมินออมเมื่อครบ 10 วัน คือ  $S_{10}$

$$\text{จาก } S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \text{ เมื่อ } r \neq 1$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } S_{10} &= \frac{2(1-2^{10})}{1-2} \\ &= \frac{2(1-1,024)}{-1} \\ &= 2,046 \end{aligned}$$

ดังนั้น เมื่อครบ 10 วัน น้องมินจะออมเงินทั้งหมด 2,046 บาท

**ตัวอย่างที่ 7** ภคพงษ์เป็นแพทย์บรรจุใหม่ที่โรงพยาบาลแห่งหนึ่ง จากเงินเดือนที่ได้รับภคพงษ์จะให้เงินบิดามารดาไว้ใช้จ่ายส่วนตัวเดือนละ 2,000 บาท และจะเพิ่มเงินให้ร้อยละ 5 ต่อปี จงหาว่าเมื่อเวลาผ่านไป 15 ปี ภคพงษ์จะให้เงินบิดามารดาครบแล้วเท่าใด

**วิธีทำ** ในปีแรก ภคพงษ์ให้เงินบิดามารดาทั้งสิ้น 12(2,000) บาท

ในปีที่ 2 ภคพงษ์ให้เงินบิดามารดาทั้งสิ้น 12(2,000)(1.05) บาท

ในปีที่ 3 ภคพงษ์ให้เงินบิดามารดาทั้งสิ้น 12(2,000)(1.05)<sup>2</sup> บาท

จะเห็นว่า จำนวนเงินที่ภคพงษ์ให้บิดามารดาในปีที่ 1, 2, 3, ... เป็นลำดับเรขาคณิต

ที่มี  $a_1 = 12(2,000)$  และ  $r = 1.05$

นั่นคือ จำนวนเงินที่ภคพงษ์ให้บิดามารดาในปีที่ 1 ถึง 15 คือ  $S_{15}$

$$\text{แทน } n \text{ ด้วย } 15 \text{ ใน } S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \text{ เมื่อ } r \neq 1$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } S_{15} &= \frac{12(2,000)(1-(1.05)^{15})}{1-1.05} \\ &= \frac{12(2,000)((1.05)^{15}-1)}{1.05-1} \\ &\approx 517,885.53 \end{aligned}$$

ดังนั้น เมื่อเวลาผ่านไป 15 ปี ภคพงษ์จะให้เงินบิดามารดาครบแล้วประมาณ 517,885.53 บาท



## 6. การวัดและการประเมินผล

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การผ่าน
<b>ด้านความรู้</b> บอกความหมายของอนุกรม เรขาคณิตได้	- เอกสารแนะ แนวทางที่ 10 “ความหมายอนุกรม เรขาคณิต” - การทำแบบทดสอบ เก็บคะแนนหลังเรียน ครั้งที่ 6 ข้อ 1 - ข้อ 2	- เอกสารแนะ แนวทางที่ 10 “ความหมายอนุกรม เรขาคณิต” - แบบทดสอบเก็บ คะแนนหลังเรียนครั้ง ที่ 5 - แบบประเมินผล ด้านความรู้	- เอกสารแนะ แนวทางที่ 10 “ความหมายอนุกรม เรขาคณิต” ได้ ถูกต้องไม่น้อยกว่า ร้อยละ 60 - ทำแบบทดสอบเก็บ คะแนนหลังเรียนครั้ง ที่ 6 ข้อ 1 - ข้อ 2 ถูกต้องไม่น้อยกว่า ร้อยละ 60
หาผลบวก $n$ พจน์แรกของอนุกรม เรขาคณิตได้	- ตรวจแบบฝึกหัด 6 “อนุกรมเรขาคณิต” ข้อ 1 และข้อ 2 - ทำแบบทดสอบเก็บ คะแนนหลังเรียนครั้ง ที่ 6 ข้อ 3 - ข้อ 5	- แบบฝึกหัด 6 “อนุกรมเรขาคณิต” - แบบทดสอบเก็บ คะแนนหลังเรียนครั้ง ที่ 6 - แบบประเมินผล ด้านความรู้	- ทำแบบฝึกหัด 6 “อนุกรมเรขาคณิต” ข้อ 1 และข้อ 2 ได้ ถูกต้องไม่น้อยกว่า ร้อยละ 60 - ทำแบบทดสอบเก็บ คะแนนหลังเรียนครั้ง ที่ 6 ข้อ 3 - ข้อ 5 ถูกต้องไม่น้อยกว่า ร้อยละ 60
นำอนุกรมเรขาคณิตไปใช้แก้ปัญหา โจทย์หรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้	- ตรวจแบบฝึกหัด 6 “อนุกรมเรขาคณิต” ข้อ 3 - ข้อ 7 - ทำแบบทดสอบเก็บ คะแนนหลังเรียนครั้ง ที่ 6 ข้อ 6 - ข้อ 10	- แบบฝึกหัด 6 “อนุกรมเรขาคณิต” - แบบทดสอบเก็บ คะแนนหลังเรียนครั้ง ที่ 6 - แบบประเมินผล ด้านความรู้	- ทำแบบฝึกหัด 6 “อนุกรมเรขาคณิต” ข้อ 3 - ข้อ 7 ได้ ถูกต้องไม่น้อยกว่า ร้อยละ 60 - ทำแบบทดสอบเก็บ คะแนนหลังเรียนครั้ง ที่ 6 ข้อ 6 - ข้อ 10 ถูกต้องไม่น้อยกว่า ร้อยละ 60

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การผ่าน
<b>ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์</b> ให้เหตุผลในการบอกความหมายของของอนุกรมเรขาคณิตได้	ทำเอกสารแนะแนวทางที่ 10 เรื่อง “ความหมายของอนุกรมเรขาคณิต”	- เอกสารแนะแนวทางที่ 10 เรื่อง “ความหมายของอนุกรมเรขาคณิต” - แบบประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์	นักเรียนให้เหตุผลในการบอกความหมายของอนุกรมเรขาคณิตได้ อยู่ในระดับดีขึ้นไป
ใช้การแก้ปัญหาจากปัญหาโจทย์ผลบวก $n$ พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิตได้	ตรวจใบงานที่ 8 เรื่อง “ผลบวก $n$ พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต”	- ใบงานที่ 8 เรื่อง “ผลบวก $n$ พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต” - แบบประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์	นักเรียนใช้การแก้ปัญหาจากปัญหาโจทย์ผลบวก $n$ พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิตได้ อยู่ในระดับดีขึ้นไป
ใช้การเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ปัญหาโจทย์หรือสถานการณ์ที่กำหนดให้โดยใช้อนุกรมเรขาคณิตได้	ตรวจใบงานที่ 9 “การนำอนุกรมเรขาคณิตไปใช้”	- ใบงานที่ 9 “การนำอนุกรมเรขาคณิตไปใช้” - แบบประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์	นักเรียนใช้การเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์กับปัญหาโจทย์หรือสถานการณ์ที่กำหนดให้โดยใช้อนุกรมเรขาคณิตได้ อยู่ในระดับดีขึ้นไป
ใช้การคิดสร้างสรรค์เพื่อแก้ปัญหาจากปัญหาโจทย์หรือสถานการณ์ที่กำหนดให้โดยใช้อนุกรมเลขคณิตได้	ตรวจใบงานที่ 9 “การนำอนุกรมเรขาคณิตไปใช้”	- ตรวจใบงานที่ 9 “การนำอนุกรมเรขาคณิตไปใช้” - แบบประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์	นักเรียนใช้การคิดสร้างสรรค์เพื่อแก้ปัญหาจากปัญหาโจทย์หรือสถานการณ์ที่กำหนดให้โดยใช้อนุกรมเลขคณิตได้ อยู่ในระดับดีขึ้นไป

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การผ่าน
ใช้การสื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ในการนำเสนอการแก้ปัญหาจากปัญหาโจทย์หรือสถานการณ์ที่กำหนดให้โดยใช้อนุกรมเรขาคณิตได้	ตรวจใบงานที่ 9 “การนำอนุกรมเรขาคณิตไปใช้”	- ใบงานที่ 9 “การนำอนุกรมเรขาคณิตไปใช้” - แบบประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์	นักเรียนใช้การสื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ในการนำเสนอการแก้ปัญหาจากปัญหาโจทย์หรือสถานการณ์ที่กำหนดให้โดยใช้อนุกรมเรขาคณิตได้อยู่ในระดับดีขึ้น
ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ ซื่อสัตย์สุจริต	การทำแบบทดสอบเก็บคะแนนหลังเรียนครั้งที่ 6	- แบบทดสอบเก็บคะแนนหลังเรียนครั้งที่ 6 - แบบประเมินผลด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์	นักเรียนมีความซื่อสัตย์สุจริต อยู่ในระดับดีขึ้น
มีวินัย	บันทึกการแต่งกาย	- แบบบันทึกการแต่งกาย - แบบประเมินผลด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์	นักเรียนมีวินัย อยู่ในระดับดีขึ้น
ใฝ่เรียนรู้	บันทึกการเข้าเรียน	- แบบบันทึกการเข้าเรียน - แบบประเมินผลด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์	นักเรียนใฝ่เรียนรู้ อยู่ในระดับดีขึ้น
มุ่งมั่นในการทำงาน	- การส่งแบบฝึกหัดที่ 6 “อนุกรมเรขาคณิต”	- แบบฝึกหัดที่ 6 “อนุกรมเรขาคณิต” - แบบประเมินผลด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์	นักเรียนมุ่งมั่นในการทำงาน อยู่ในระดับดีขึ้น

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การผ่าน
ด้านสมรรถนะสำคัญ of นักเรียน ใช้ความสามารถในการสื่อสารในการ นำเสนอความหมายของอนุกรม เรขาคณิตได้	ตรวจเอกสารแนะ แนวทางที่ 10 “ความหมายของ อนุกรมเรขาคณิต”	- เอกสารแนะ แนวทางที่ 10 “ความหมายของ อนุกรมเรขาคณิต” - แบบประเมินผล ด้านสมรรถนะสำคัญ ของผู้เรียน	นักเรียนสามารถใช้ ความสามารถในการ สื่อสารในการ นำเสนอความหมาย ของอนุกรมเรขาคณิต ได้ อยู่ในระดับดีขึ้น ไป
ใช้ความสามารถในการแก้ปัญหา โจทย์ผลบวก $n$ พจน์แรกของอนุกรม เรขาคณิตได้	ตรวจใบงานที่ 8 เรื่อง “ผลบวก $n$ พจน์แรก ของอนุกรม เรขาคณิต”	- ใบงานที่ 8 เรื่อง “ผลบวก $n$ พจน์แรก ของอนุกรม เรขาคณิต” - แบบประเมินผล ด้านสมรรถนะสำคัญ ของผู้เรียน	นักเรียนสามารถใช้ ความสามารถในการ แก้ปัญหาผลบวก $n$ พจน์แรกของอนุกรม เรขาคณิตได้อยู่ใน ระดับดีขึ้นไป
ใช้ความสามารถในการคิดเพื่อ แก้ปัญหาโจทย์หรือสถานการณ์ที่ กำหนดให้โดยใช้อนุกรมเรขาคณิตได้	ตรวจใบงานที่ 9 “การนำอนุกรม เรขาคณิตไปใช้”	- ตรวจใบงานที่ 9 “การนำอนุกรม เรขาคณิตไปใช้” - แบบประเมินผล ด้านสมรรถนะสำคัญ ของผู้เรียน	นักเรียนสามารถใช้ ความสามารถในการ คิดเพื่อแก้ปัญหา โจทย์หรือ สถานการณ์ที่ กำหนดให้โดยใช้ อนุกรมเรขาคณิตได้ อยู่ในระดับดีขึ้นไป
สามารถใช้ทักษะชีวิตในการทำ กิจกรรมกลุ่มในชั้นเรียนได้	ตรวจการทำงานกลุ่ม	- แบบบันทึกการทำงานกลุ่ม - แบบประเมินผล ด้านสมรรถนะสำคัญ ของผู้เรียน	นักเรียนสามารถใช้ ทักษะชีวิตในการทำ กิจกรรมกลุ่มในชั้น เรียนได้อยู่ในระดับดี ขึ้นไป

## 7. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้

### ชั่วโมงที่ 1

#### ขั้นเตรียม

7.1 ให้นักเรียนจัดกลุ่มละ 4 คนโดยมีนักเรียนเก่ง 1 คน ปานกลาง 2 คน และอ่อน 1 คน เพื่อให้นักเรียนได้ช่วยเหลือกันและทบทวนเรื่อง อนุกรมเลขคณิต ใช้สื่อโปรแกรม Power Point เรื่อง “อนุกรม” ใช้เวลาประมาณ 10 นาที

7.2 ครูพูดเกริ่นนำเกี่ยวกับเนื้อหาเรื่อง “อนุกรมเรขาคณิต” กับนักเรียน โดย

ให้นักเรียนตอบคำถามโดยการสนทนาถามตอบระหว่างครูใช้เวลาประมาณ 20 นาที

#### ตัวอย่างคำถาม

- 1) กำหนดอนุกรม  $1 + 3 + 9 + 27 + 81 + 243$  นักเรียนมีข้อสังเกตอย่างไร
- 2) กำหนดอนุกรม  $3,125 + 625 + 125 + 25 + 5 + 1$  นักเรียนมีข้อสังเกตอย่างไร

#### ตัวอย่างคำตอบ

ข้อ 1)

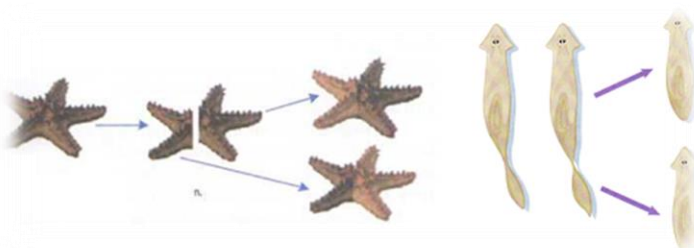
- อนุกรม  $1 + 3 + 9 + 27 + 81 + 243$  ได้จากลำดับ  $1, 3, 9, 27, 81, 243$
- ลำดับ  $1, 3, 9, 27, 81, 243$  เป็นลำดับเรขาคณิต ซึ่งมีอัตราส่วนร่วมเท่ากับ 3

ข้อ 2)

- อนุกรม  $3,125 + 625 + 125 + 25 + 5 + 1$  ได้จากลำดับ  $3,125, 625, 125, 25, 5, 1$
- ลำดับ  $3,125, 625, 125, 25, 5, 1$  เป็นลำดับเรขาคณิต ซึ่งมีผลต่างร่วม

เท่ากับ  $\frac{1}{5}$

ครูยกตัวอย่างภาพ ให้นักเรียนสังเกตและถามคำถามนักเรียนสามารถหาจำนวนตามภาพโดยใช้ได้อย่างไร



ที่มาของภาพ : [http://119.46.166.126/self\\_all/selfaccess10/m4/biology4\\_2/lesson1/content1.php](http://119.46.166.126/self_all/selfaccess10/m4/biology4_2/lesson1/content1.php)

การขายพันธุ์ของสิ่งมีชีวิตบางชนิด



ที่มาของภาพ : <https://www.thaipost.net/main/detail/41335>

### การเพิ่มหรือลดอัตราดอกเบี้ย

#### ตัวอย่างคำตอบ

- สังเกตการเพิ่มของจำนวนดาวทะเลหรือพาลาเลียเป็นแบบลำดับเรขาคณิต ดังนั้น 2, 4, 8, 16, ... แล้วนำจำนวนแต่ละพจน์มารวมกัน
- สังเกตการเพิ่มหรือลดดอกเบี้ยเป็นแบบลำดับเรขาคณิต เช่น ถ้ามีเงินเก็บ เริ่มต้น 100 บาท เก็บเพิ่มขึ้น 10% วันถัดไป ก็จะมีเงินเป็น 110 บาท ไปเรื่อย ๆ 100, 110, 121, ... แล้วนำจำนวนแต่ละพจน์มารวมกัน

#### ขั้นสอน

7.3 ครูแจกเอกสารแนะแนวทางที่ 10 เรื่อง “ความหมายของอนุกรมเรขาคณิต”ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันทำพร้อมให้นักเรียนศึกษาใบความรู้เรื่อง “อนุกรมเรขาคณิต” ประกอบการทำเอกสารแนะแนวทาง ครูคอยสังเกตและให้คำปรึกษาเพิ่มเติม (ใช้เวลาประมาณ 10 นาที)

7.4 ครูสุ่มให้นักเรียนนำเสนอคำตอบจากการทำเอกสารแนะแนวทางที่ 10 เรื่อง “ความหมายของอนุกรมเรขาคณิต” ครูคอยสังเกตและให้คำปรึกษาเพิ่มเติมหรือให้นักเรียนกลุ่มอื่นร่วมกันเฉลย (ใช้เวลาประมาณ 20 นาที)

#### ชั่วโมงที่ 2

##### ขั้นเปรียบเทียบหรือวิเคราะห์

7.5 ครูเฉลยเอกสารแนะแนวทางที่ 10 เรื่อง “ความหมายของอนุกรมเรขาคณิต”ให้นักเรียนได้เปรียบเทียบและวิเคราะห์ พร้อมทั้งใช้การสนทนาและใช้การถามตอบระหว่างครูกับนักเรียนโดยการสุ่มนักเรียนแต่ละกลุ่มตอบคำถาม (ใช้เวลาประมาณ 20 นาที)

7.6 ครูยกตัวอย่างอื่น ๆ เพิ่มเติม โดยใช้สื่อโปรแกรม Power Point เรื่อง “อนุกรม” (อนุกรมเรขาคณิต) หน้าที่ 22 – 24 (ครูเลือกตัวอย่างตามความเหมาะสมของเวลา) ให้นักเรียนได้เปรียบเทียบและวิเคราะห์ พร้อมทั้งใช้การสนทนาและใช้การถามตอบระหว่างครูกับนักเรียนโดยการสุ่มนักเรียนแต่ละกลุ่มตอบคำถาม (ใช้เวลาประมาณ 20 นาที)

### ขั้นสรุป

7.7 ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันสรุปเรื่อง ความหมายของอนุกรมเรขาคณิต โดยการสนทนาและใช้การถามตอบระหว่างครูกับนักเรียน อาจใช้การสุ่มนักเรียนบางคนเพื่อสรุป(ใช้เวลาประมาณ 10 นาที)

### ขั้นนำไปใช้

7.8 ครูมอบหมายให้นักเรียนยกตัวอย่างอนุกรมเรขาคณิตคนละ 1 ตัวอย่างแล้วอธิบายความหมายของอนุกรมเรขาคณิตนั้นลงในสมุดแบบฝึกหัดใช้เวลาประมาณ 10 นาที

### ชั่วโมงที่ 3

#### ขั้นเตรียม

7.9 ให้นักเรียนจัดกลุ่มละ 4 คนโดยมีนักเรียนเก่ง 1 คน ปานกลาง 2 คน และอ่อน 1 คน เพื่อให้นักเรียนได้ช่วยเหลือกัน และทบทวนเรื่อง ความหมายของเรขาคณิต ใช้สื่อโปรแกรม Power Point เรื่อง “อนุกรมเรขาคณิต” ใช้เวลาประมาณ 10 นาที

#### ขั้นสอน

7.10 ครูแจกใบงานที่ 8 เรื่อง “ผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต” ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มแลกเปลี่ยนเรียนรู้ภายในกลุ่มและแลกเปลี่ยนเรียนรู้ระหว่างกลุ่ม พร้อมให้นักเรียนศึกษาใบความรู้เรื่อง “อนุกรมเรขาคณิต” ครูคอยสังเกตและให้คำปรึกษาเพิ่มเติม (ใช้เวลาประมาณ 25 นาที)

7.11 ครูแจกใบงานที่ 9 “การนำอนุกรมเรขาคณิตไปใช้” ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มแลกเปลี่ยนเรียนรู้ภายในกลุ่มและแลกเปลี่ยนเรียนรู้ระหว่างกลุ่ม พร้อมให้นักเรียนศึกษาใบความรู้เรื่อง “อนุกรมเรขาคณิต” ครูคอยสังเกตและให้คำปรึกษาเพิ่มเติม (ใช้เวลาประมาณ 25 นาที)

### ชั่วโมงที่ 4

#### ขั้นเปรียบเทียบหรือวิเคราะห์

7.12 ครูเฉลยใบงานที่ 8 เรื่อง “ผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต” และใบงานที่ 9 “การนำอนุกรมเรขาคณิตไปใช้” ให้นักเรียนได้เปรียบเทียบและวิเคราะห์ พร้อมทั้งใช้การสนทนาและใช้การถามตอบระหว่างครูกับนักเรียนโดยการสุ่มนักเรียนแต่ละกลุ่มตอบคำถาม (ใช้เวลาประมาณ 30 นาที)

7.13 ครูโดยใช้สื่อโปรแกรม Power Point เรื่อง “อนุกรม”(อนุกรมเรขาคณิต) หน้าที่ 25 – 32 ยกตัวอย่างเพิ่มเติม (ครูเลือกตัวอย่างตามความเหมาะสมของเวลา) (ใช้เวลาประมาณ 30 นาที)

### ขั้นสรุป

7.14 ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันสรุปเรื่อง ผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต และการนำอนุกรมเรขาคณิตไปใช้ โดยการสนทนาและใช้การถามตอบระหว่างครูกับนักเรียน อาจใช้การสุ่มนักเรียนบางคนเพื่อสรุป(ใช้เวลาประมาณ 10 นาที)

### ชั่วโมงที่ 5

#### ขั้นนำไปใช้

7.15 ครูมอบหมายให้นักเรียนแต่ละกลุ่มทำแบบฝึกหัดที่ 6 “อนุกรมเรขาคณิต” โดยแต่ละกลุ่มทำกลุ่มละ 1 ข้อ(ใช้วิธีจับฉลาก)แล้วแลกเปลี่ยนเรียนรู้ระหว่างกลุ่มใช้เวลาประมาณ 20 นาที

7.16 ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยแบบฝึกหัดที่ 6 “อนุกรมเรขาคณิต” โดยสุ่มนักเรียนออกมาเฉลย โดยการสนทนาและใช้การถามตอบระหว่างครูกับนักเรียน ครูอธิบายเพิ่มเติม (ใช้เวลาประมาณ 40 นาที)

### ชั่วโมงที่ 6

7.17 ครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยแบบฝึกหัดที่ 6 “อนุกรมเรขาคณิต” ต่อโดยสุ่มนักเรียนออกมาเฉลย โดยการสนทนาและใช้การถามตอบระหว่างครูกับนักเรียน ครูอธิบายเพิ่มเติม(ใช้เวลาประมาณ 30 นาที)

7.19 นักเรียนแบบทดสอบเก็บคะแนนหลังเรียนครั้งที่ 6 (ใช้เวลาประมาณ 30 นาที)

## 8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

สื่อเอกสาร	สื่อวัสดุ/สื่อเทคโนโลยี	แหล่งการเรียนรู้	สื่ออื่น ๆ
- เอกสารแนวทางการที่ 10 เรื่อง “ความหมายของอนุกรมเรขาคณิต” - ใบงานที่ 8 เรื่อง “ผลบวก $n$ พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต”	- สื่อโปรแกรม Power Point เรื่อง “อนุกรม”(อนุกรมเรขาคณิต)	-	-



สื่อเอกสาร	สื่อวัสดุ/สื่อเทคโนโลยี	แหล่งการเรียนรู้	สื่ออื่น ๆ
- ใบงานที่ 9 “การนำ อนุกรมเรขาคณิตไป ใช้” - ใบความรู้ที่ 6 “อนุกรมเรขาคณิต” - แบบฝึกหัดที่ 6 “อนุกรมเรขาคณิต”			

## 9. บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

### 9.1 สรุปผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

จุดประสงค์การเรียนรู้	นักเรียนที่ผ่าน		นักเรียนที่ไม่ผ่าน	
	จำนวน (คน)	ร้อยละ	จำนวน (คน)	ร้อยละ
<b>ด้านความรู้</b>				
บอกความหมายของอนุกรมเรขาคณิตได้				
หาผลบวก $n$ พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิตได้				
นำอนุกรมเรขาคณิตไปใช้แก้ปัญหาโจทย์หรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้				
<b>ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์</b>				
ให้เหตุผลในการบอกความหมายของอนุกรมเรขาคณิตได้				
ใช้การแก้ปัญหามาจากปัญหาโจทย์ผลบวก $n$ พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิตได้				
ใช้การเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ปัญหาโจทย์หรือสถานการณ์ที่กำหนดให้โดยใช้อนุกรมเรขาคณิตได้				
ใช้การคิดสร้างสรรค์เพื่อแก้ปัญหาปัญหาโจทย์หรือสถานการณ์ที่กำหนดให้โดยใช้อนุกรมเรขาคณิตได้				
ใช้การสื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ในการนำเสนอการแก้ปัญหามาจากปัญหาโจทย์หรือสถานการณ์ที่กำหนดให้โดยใช้อนุกรมเรขาคณิตได้				
<b>ด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์</b>				
ซื่อสัตย์สุจริต				
มีวินัย				

จุดประสงค์การเรียนรู้	นักเรียนที่ผ่าน		นักเรียนที่ไม่ผ่าน	
	จำนวน (คน)	ร้อยละ	จำนวน (คน)	ร้อยละ
ไฟเรียนรู้				
มุ่งมั่นในการทำงาน				
ด้านสมรรถนะสำคัญของนักเรียน ใช้ความสามารถในการสื่อสารในการนำเสนอความหมาย ของอนุกรมเรขาคณิตได้				
ใช้ความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์ผลบวก n พจน์แรก ของอนุกรมเรขาคณิตได้				
ใช้ความสามารถในการคิดเพื่อแก้ปัญหาโจทย์หรือ สถานการณ์ที่กำหนดให้โดยใช้อนุกรมเรขาคณิตได้				
สามารถใช้ทักษะชีวิตในการทำกิจกรรมกลุ่มในชั้นเรียนได้				

## 9.2 ปัญหา/อุปสรรค

.....

.....

.....

.....

.....

## 9.3 แนวทางแก้ไข

.....

.....

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....ผู้สอน

(นายอนิรุทธิ์ ลิพอนพล)

ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะชำนาญการพิเศษ

## 10 . ความคิดเห็นของฝ่ายบริหาร

### 10.1 ความคิดเห็นของหัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

.....  
 .....

ลงชื่อ.....

(นางวาสนา ลิพอนพล)

ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะชำนาญการพิเศษ

ปฏิบัติหน้าที่ หัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

### 10.2 ความคิดเห็นของหัวหน้ากลุ่มบริหารงานวิชาการ

.....  
 .....

ลงชื่อ.....

(นางศศิมา ทิพย์สวัสดิ์)

ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะชำนาญการพิเศษ

ปฏิบัติหน้าที่ หัวหน้ากลุ่มบริหารงานวิชาการ

### 10.3 ความคิดเห็นของรองผู้อำนวยการกลุ่มบริหารงานวิชาการ

.....  
 .....

ลงชื่อ.....

(นายเจษฎา ศรีวิเศษ)

รองผู้อำนวยการกลุ่มบริหารงานวิชาการ

### 10.4 ความคิดเห็นของผู้อำนวยการโรงเรียนทับปุดวิทยา

.....  
 .....

ลงชื่อ.....

(นายดลยวัฒน์ สันติพิทักษ์)

ผู้อำนวยการโรงเรียนทับปุดวิทยา



## ใบความรู้ที่ 6 “อนุกรมเรขาคณิต”

### จุดประสงค์การเรียนรู้

- บอกความหมายของอนุกรมเรขาคณิตได้
- หาผลบวกของอนุกรมเรขาคณิตได้
- นำผลบวกของอนุกรมเรขาคณิตไปใช้แก้สถานการณ์ที่กำหนดให้ได้

### อนุกรมเรขาคณิต

อนุกรมเรขาคณิต(geometric series) คือ อนุกรมที่ได้จากลำดับเรขาคณิต และมีอัตราส่วนร่วมของลำดับเรขาคณิตเป็นอัตราส่วนร่วมของอนุกรมเรขาคณิตด้วย สูตรผลบวกการหาอนุกรมเรขาคณิต คือ

$$S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \text{ เมื่อ } r \neq 1 \text{ หรือ } S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1-r} \text{ เมื่อ } r \neq 1$$

พิจารณาลำดับเรขาคณิต 1, 3, 9, 27, ... , 6,561 ซึ่งเป็นลำดับเรขาคณิตที่มี 3 เป็นอัตราส่วนร่วม  
หาผลบวกของพจน์ทุกพจน์ของลำดับเรขาคณิตทำได้ดังนี้

ให้  $S = 1 + 3 + 9 + 27 + \dots + 6,561$  .....(1)

นั่นคือ  $3S = 3 + 9 + 27 + \dots + 6,561 + 19,683$  .....(2)

จาก (1) และ (2) จะได้

$$2S = 19,683 - 1$$

$$= 19,682$$

$$S = 9,841$$

ดังนั้น  $1 + 3 + 9 + 27 + \dots + 6,561 = 9,841$

จากวิธีการหาผลบวกข้างต้น สามารถหาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิตได้ดังนี้

ให้  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  เป็นลำดับเรขาคณิต ซึ่งมี r เป็นอัตราส่วนร่วม

ดังนั้น  $S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-2} + a_{n-1} + a_n$   
 $= a_1 + a_1 r + a_1 r^2 + a_1 r^3 + \dots + a_1 r^{n-1}$  .....(3)

และ  $rS_n = a_1r + a_1r^2 + a_1r^3 + \dots + a_1r^{n-1} + a_1r^n \dots\dots\dots(4)$

จาก (3) และ (4) จะได้

$$rS_n - S_n = a_1r^n - a_1$$

$$S_n(r - 1) = a_1r^n - a_1$$

$$= \frac{a_1r^n - a_1}{r - 1}$$

$$= \frac{a_1 - a_1r^n}{1 - r}$$

$$S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r} \quad \text{เมื่อ } r \neq 1$$

หรือ จาก  $S_n = \frac{a_1r^n - a_1}{r - 1}$

$$= \frac{a_1 - a_1r^n}{1 - r}$$

$$= \frac{a_1 - a_1r^{n-1} \cdot r}{1 - r}$$

$$= \frac{a_1 - a_nr}{1 - r} \quad \text{เมื่อ } r \neq 1$$

ดังนั้น ผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต  $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$  คือ

$$S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r} \quad \text{เมื่อ } r \neq 1 \quad \text{หรือ } S_n = \frac{a_1 - a_nr}{1 - r} \quad \text{เมื่อ } r \neq 1$$

**ตัวอย่างที่ 1** จงหาผลบวก 7 พจน์แรกของอนุกรมที่ได้จากลำดับเรขาคณิต 1, 2, 4, 8, ...

**วิธีทำ** จากลำดับเรขาคณิต 1, 2, 4, 8, ... จะได้  $a_1 = 1$  และ  $r = \frac{2}{1} = 2$

$$\text{แทน } n \text{ ด้วย } 7 \text{ ใน } S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r} \quad \text{เมื่อ } r \neq 1$$

$$\text{จะได้ } S_7 = \frac{1(1 - 2^7)}{1 - 2}$$

$$= \frac{2^7 - 1}{2 - 1}$$

$$= \frac{128-1}{1}$$

$$= 127$$

ดังนั้น ผลบวก 7 พจน์แรกของอนุกรมที่ได้จากลำดับเรขาคณิต 1, 2, 4, 8, ... คือ 127

**ตัวอย่างที่ 2** จงหาผลบวก 8 พจน์แรกของอนุกรมที่ได้จากลำดับเรขาคณิต  $\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{18}, \frac{1}{54}, \dots$

**วิธีทำ** จากลำดับเรขาคณิต  $\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{18}, \frac{1}{54}, \dots$  จะได้  $a_1 = \frac{1}{2}$  และ  $r = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{3}$

แทน n ด้วย 8 ใน  $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$  เมื่อ  $r \neq 1$

จะได้ 
$$S_8 = \frac{\frac{1}{2}\left(1-\left(\frac{1}{3}\right)^8\right)}{1-\frac{1}{3}}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}\left(1-\left(\frac{1}{3}\right)^8\right)}{\frac{2}{3}}$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{3}{2}\right)\left(1-\left(\frac{1}{3}\right)^8\right)$$

$$= \frac{3}{4}\left(1-\left(\frac{1}{3}\right)^8\right)$$

ดังนั้น ผลบวก 8 พจน์แรกของอนุกรมที่ได้จากลำดับเรขาคณิต  $\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{18}, \frac{1}{54}, \dots$  คือ

$$\frac{3}{4}\left(1-\left(\frac{1}{3}\right)^8\right)$$

**ตัวอย่างที่ 3** จงหาผลบวกของอนุกรมที่ได้จากลำดับเรขาคณิต  $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots, \frac{1}{256}$

**วิธีทำ** **วิธีที่ 1** เนื่องจาก  $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots, \frac{1}{256}$  เป็นลำดับเรขาคณิต จะได้

$$a_1 = 1, r = \frac{\frac{1}{2}}{1} = \frac{1}{2} \text{ และ } a_n = \frac{1}{256}$$

จาก  $a_n = a_1 r^{n-1}$

$$\text{จะได้} \quad \frac{1}{256} = 1 \left( \frac{1}{2} \right)^{n-1}$$

$$\left( \frac{1}{2} \right)^8 = \left( \frac{1}{2} \right)^{n-1}$$

$$8 = n - 1$$

$$n = 9$$

$$\text{แทน } n \text{ ด้วย } 9 \text{ ใน } S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \text{ เมื่อ } r \neq 1$$

$$\text{จะได้} \quad S_9 = \frac{1 \left( 1 - \left( \frac{1}{2} \right)^9 \right)}{1 - \frac{1}{2}}$$

$$= \frac{1 - \frac{1}{512}}{\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{\frac{511}{512}}{\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{511}{512} \times 2$$

$$= \frac{511}{256}$$

**วิธีที่ 2** เนื่องจาก  $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots, \frac{1}{256}$  เป็นลำดับเรขาคณิต จะได้

$$a_1 = 1, r = \frac{\frac{1}{2}}{1} = \frac{1}{2} \text{ และ } a_n = \frac{1}{256}$$

$$\text{จาก } S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1-r} \text{ เมื่อ } r \neq 1$$

$$\text{จะได้ } S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1-r}$$

$$= \frac{1 - \frac{1}{256} \left( \frac{1}{2} \right)}{1 - \left( \frac{1}{2} \right)}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1 - \frac{1}{512}}{\frac{1}{2}} \\
 &= \frac{512 - 1}{512} \times 2 = \frac{511}{256}
 \end{aligned}$$

ดังนั้น ผลบวกของอนุกรมที่ได้จากลำดับเรขาคณิต  $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots, \frac{1}{256}$  คือ  $\frac{511}{256}$

**ตัวอย่างที่ 4** ลำดับเรขาคณิตชุดหนึ่งเป็น  $a_n = (-2)^n$  จงหา  $S_{10}$

**วิธีทำ** จากลำดับเรขาคณิตชุดหนึ่ง  $a_n = (-2)^n$

จะได้ลำดับเรขาคณิต  $-2, 4, -8, 16, \dots, (-2)^n$

ที่มี  $a_1 = -2, r = \frac{4}{-2} = -2, n = 10$  และเนื่องจากไม่ทราบพจน์ที่  $n$  สามารถใช้สูตร

$$S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r} \quad \text{เมื่อ } r \neq 1$$

$$\begin{aligned}
 \text{จะได้ } S_{10} &= \frac{(-2)(1 - (-2)^{10})}{1 - (-2)} \\
 &= -\frac{2}{3}(1 - 1,024) \\
 &= -\frac{2}{3}(-1,023) \\
 &= \frac{2,046}{3} \\
 &= 682
 \end{aligned}$$

ดังนั้น ลำดับเรขาคณิตชุดหนึ่งเป็น  $a_n = (-2)^n$  หา  $S_{10}$  เท่ากับ 682

**ตัวอย่างที่ 5** ลำดับเรขาคณิตชุดหนึ่ง มี  $a_3 = 24$  และ  $a_6 = -192$  จงหาค่าของ  $S_7$

**วิธีทำ** จากลำดับเรขาคณิตชุดหนึ่ง มี  $a_3 = 24, a_6 = -192$

และจาก  $a_n = a_1 r^{n-1}$

จะได้  $a_3 = a_1 r^{3-1}$

$$24 = a_1 r^2 \quad \dots\dots\dots(1)$$



$$\begin{aligned}\text{และ} \quad a_6 &= a_1 r^{6-1} \\ -192 &= a_1 r^5 \quad \dots\dots\dots(2)\end{aligned}$$

จาก (1) และ (2) จะได้

$$\begin{aligned}\frac{-192}{24} &= r^3 \\ r^3 &= -8\end{aligned}$$

นั่นคือ  $r = -2$

แทน  $r = -2$  ใน (1) จะได้

$$\begin{aligned}24 &= a_1(-2)^2 \\ 24 &= 4a_1 \\ a_1 &= 6\end{aligned}$$

$$\text{จาก } S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \text{ เมื่อ } r \neq 1$$

$$\begin{aligned}\text{จะได้} \quad S_7 &= \frac{6(1-(-2)^7)}{1-(-2)} \\ &= \frac{6(1-(-128))}{3} \\ &= 2(129) = 258\end{aligned}$$

ดังนั้น ลำดับเรขาคณิตชุดหนึ่ง มี  $a_3 = 24$  และ  $a_6 = -192$  ค่าของ  $S_7$  เท่ากับ 258

**ตัวอย่างที่ 6** น้องมินตั้งใจจะออมเงินซื้อของขวัญปีใหม่ให้แม่ โดยวันแรกจะออมเงิน 2 บาท วันที่สอง 4 บาท วันที่สาม 8 บาท เช่นนี้ไปเรื่อย ๆ เมื่อครบ 10 วัน น้องมินจะออมเงินทั้งหมดเท่าใด

**วิธีทำ** จำนวนเงินที่น้องมินออมคือ ลำดับเรขาคณิต 2, 4, 8, ...

$$\text{ที่มี } a_1 = 2 \text{ และ } r = \frac{4}{2} = 2$$

ดังนั้น จำนวนเงินที่น้องมินออมเมื่อครบ 10 วัน คือ  $S_{10}$

$$\text{จาก } S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \text{ เมื่อ } r \neq 1$$

$$\begin{aligned}\text{จะได้} \quad S_{10} &= \frac{2(1-2^{10})}{1-2} \\ &= \frac{2(1-1,024)}{-1}\end{aligned}$$

$$= 2,046$$

ดังนั้น เมื่อครบ 10 วัน น้องมันจะออมเงินทั้งหมด 2,046 บาท

**ตัวอย่างที่ 7** ภคพงษ์เป็นแพทย์บรรจุใหม่ที่โรงพยาบาลแห่งหนึ่ง จากเงินเดือนที่ได้รับภคพงษ์จะให้เงินบิดามารดาไว้ใช้จ่ายส่วนตัวเดือนละ 2,000 บาท และจะเพิ่มเงินให้ร้อยละ 5 ต่อปี จงหาว่าเมื่อเวลาผ่านไป 15 ปี ภคพงษ์จะให้เงินบิดามารดารวมแล้วเท่าใด

**วิธีทำ** ในปีแรก ภคพงษ์ให้เงินบิดามารดาทั้งสิ้น  $12(2,000)$  บาท

ในปีที่ 2 ภคพงษ์ให้เงินบิดามารดาทั้งสิ้น  $12(2,000)(1.05)$  บาท

ในปีที่ 3 ภคพงษ์ให้เงินบิดามารดาทั้งสิ้น  $12(2,000)(1.05)^2$  บาท

จะเห็นว่า จำนวนเงินที่ภคพงษ์ให้บิดามารดาในปีที่ 1, 2, 3, ... เป็นลำดับเรขาคณิต

ที่มี  $a_1 = 12(2,000)$  และ  $r = 1.05$

นั่นคือ จำนวนเงินที่ภคพงษ์ให้บิดามารดาในปีที่ 1 ถึง 15 คือ  $S_{15}$

$$\text{แทน } n \text{ ด้วย } 15 \text{ ใน } S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \text{ เมื่อ } r \neq 1$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } S_{15} &= \frac{12(2,000)(1-(1.05)^{15})}{1-1.05} \\ &= \frac{12(2,000)((1.05)^{15}-1)}{1.05-1} \end{aligned}$$

$$\approx 517,885.53$$

ดังนั้น เมื่อเวลาผ่านไป 15 ปี ภคพงษ์จะให้เงินบิดามารดารวมแล้ว

ประมาณ 517,885.53 บาท



**เอกสารแนบแนวทางที่ 10**  
**“ความหมายของอนุกรมเรขาคณิต”**

**จุดประสงค์การเรียนรู้**

**ด้านความรู้**

บอกความหมายของอนุกรมเรขาคณิตได้

**ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์**

ให้เหตุผลในการบอกความหมายของอนุกรมเรขาคณิตได้

**ด้านสมรรถนะสำคัญของนักเรียน**

ใช้ความสามารถในการสื่อสารในการนำเสนอความหมายของอนุกรมเรขาคณิตได้

**คำชี้แจง**

ให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม ๆ ละ 4 คน ร่วมแลกเปลี่ยนเรียนรู้แล้วเติมคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

1. พิจารณาลำดับเรขาคณิต 1, 3, 9, 27, ... , 6,561 ซึ่งเป็นลำดับเรขาคณิตที่มี 3 เป็นอัตราส่วนร่วม  
หาผลบวกของพจน์ทุกพจน์ของลำดับเรขาคณิตทำได้ดังนี้

ให้  $S = 1 + 3 + 9 + 27 + \dots + 6,561$  .....(1)

นั่นคือ  $3S = 3 + 9 + 27 + \dots + 6,561 + 19,683$  .....(2)

จาก (1) และ (2) จะได้

$$2S = 19,683 - 1$$

$$= 19,682$$

$$S = 9,841$$

ดังนั้น  $1 + 3 + 9 + 27 + \dots + 6,561 = 9,841$

2. พิจารณาลำดับเรขาคณิต 2, 4, 8, 16, ... , 4,096 ซึ่งเป็นลำดับเรขาคณิตที่มี ..... เป็นอัตราส่วนร่วม  
หาผลบวกของพจน์ทุกพจน์ของลำดับเรขาคณิตทำได้ดังนี้

ให้  $S = \dots + \dots + \dots + \dots + \dots + \dots$  .....(1)

นั่นคือ  $\dots S = \dots + \dots + \dots + \dots + \dots + \dots$  .....(2)

จาก (1) และ (2) จะได้

$$\dots S = \dots - \dots$$

$$= \dots$$

$$S = \dots$$

ดังนั้น  $\dots + \dots + \dots + \dots + \dots + \dots = \dots$

3. จากวิธีการหาผลบวกข้างต้น สามารถหาผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิตได้ดังนี้

ให้  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  เป็นลำดับเรขาคณิต ซึ่งมี  $r$  เป็นอัตราส่วนร่วม

$$\text{ดังนั้น } S_n = \dots + \dots + \dots + \dots + \dots + \dots + \dots$$

$$= a_1 + a_1r + \dots + \dots + \dots + \dots \quad \dots(3)$$

$$\text{และ } \dots S_n = a_1r + a_1r^2 + \dots + \dots + \dots + \dots \quad \dots(4)$$

จาก (1) และ (2) จะได้

$$\dots = \dots - a_1$$

$$\dots = \dots$$

$$\dots = \dots$$

$$S_n = \dots \quad \text{เมื่อ } \dots$$

$$\text{หรือ } S_n = \dots \quad \text{เมื่อ } \dots$$

ดังนั้น ผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต  $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$  คือ

.....

สามารถสรุปได้ว่า

อนุกรมเรขาคณิต(geometric series) คือ

.....

.....

.....

.....

### เฉลยเอกสารแนะแนวทางที่ 10 “ความหมายของอนุกรมเรขาคณิต”

1. พิจารณาลำดับเรขาคณิต 1, 3, 9, 27, ... , 6,561 ซึ่งเป็นลำดับเรขาคณิตที่มี 3 เป็นอัตราส่วนร่วม หาผลบวกของพจน์ทุกพจน์ของลำดับเรขาคณิตทำได้ดังนี้

ให้  $S = 1 + 3 + 9 + 27 + \dots + 6,561$  .....(1)

นั่นคือ  $3S = 3 + 9 + 27 + \dots + 6,561 + 19,683$  .....(2)

จาก (1) และ (2) จะได้

$$2S = 19,683 - 1$$

$$= 19,682$$

$$S = 9,841$$

ดังนั้น  $1 + 3 + 9 + 27 + \dots + 6,561 = 9,841$

2. พิจารณาลำดับเรขาคณิต 2, 4, 8, 16, ... , 4,096 ซึ่งเป็นลำดับเรขาคณิตที่มี 2 เป็นอัตราส่วนร่วม หาผลบวกของพจน์ทุกพจน์ของลำดับเรขาคณิตทำได้ดังนี้

ให้  $S = 2 + 4 + 8 + 16 + \dots + 4,096$  .....(1)

นั่นคือ  $2S = 4 + 8 + 16 + \dots + 4,096 + 8,192$  .....(2)

จาก (1) และ (2) จะได้

$$1S = 8,192 - 2$$

$$= 8,190$$

$$S = 8,190$$

ดังนั้น  $2 + 4 + 8 + 16 + \dots + 4,096 = 8,190$

3. จากวิธีการหาผลบวกข้างต้น สามารถหาผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิตได้ดังนี้

ให้  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  เป็นลำดับเรขาคณิต ซึ่งมี  $r$  เป็นอัตราส่วนร่วม

ดังนั้น  $S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-2} + a_{n-1} + a_n$   
 $= a_1 + a_1r + a_1r^2 + a_1r^3 + \dots + a_1r^{n-1}$  .....(3)

และ  $rS_n = a_1r + a_1r^2 + a_1r^3 + \dots + a_1r^{n-1} + a_1r^n$  .....(4)

จาก (1) และ (2) จะได้

$$rS_n - S_n = a_1r^n - a_1$$

$$S_n(r - 1) = a_1(r^n - 1)$$

$$S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1} \text{ เมื่อ } r \neq 1$$

หรือ 
$$S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r} \text{ เมื่อ } r \neq 1$$

ดังนั้น ผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต  $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$  คือ

$$S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r} \text{ เมื่อ } r \neq 1$$

สามารถสรุปได้ว่า

อนุกรมเรขาคณิต(geometric series) คือ อนุกรมเรขาคณิต(geometric series) คือ อนุกรมที่ได้  
จากลำดับเรขาคณิต และมีอัตราส่วนร่วมของลำดับเรขาคณิตเป็นอัตราส่วนร่วมของอนุกรมเรขาคณิต  
ด้วย สูตรผลบวกการหาอนุกรมเรขาคณิต คือ

$$S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r} \text{ เมื่อ } r \neq 1 \text{ หรือ } S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1 - r} \text{ เมื่อ } r \neq 1$$



## ใบงานที่ 8

### “ผลบวก $n$ พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต”

#### จุดประสงค์การเรียนรู้

#### ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

ใช้การแก้ปัญหาจากปัญหาโจทย์ผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิตได้

#### ด้านสมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

ใช้ความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์ผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิตได้

#### คำชี้แจง

1. ให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม ๆ ละ 4 คน ร่วมแลกเปลี่ยนเรียนรู้แล้วแสดงวิธีแก้ปัญหาสถานการณ์ที่กำหนดให้ถูกต้อง
2. ให้ตัวแทนกลุ่มออกนำเสนอการแสดงวิธีแก้ปัญหาสถานการณ์ที่กำหนดให้และสมาชิกในกลุ่มที่เหลือร่วมแสดงความคิดเห็นเพิ่มเติม

- 1) จงหาผลบวก 10 พจน์แรกของอนุกรมที่ได้จากลำดับเรขาคณิต 3, 6, 12, ...

.....

.....

.....

.....

.....

- 2) จงหา  $S_n$  และ ผลบวก 8 พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต  $27 + (-9) + 3 + (-1) + \dots$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3) กำหนดลำดับเรขาคณิตลำดับหนึ่งที่มี  $a_1 = 3$ ,  $a_n = 96$  และ  $S_n = 189$  จงหาอัตราส่วนร่วมและ  $n$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4) ลำดับเรขาคณิตชุดหนึ่งมี  $a_3 = 9$  และ  $S_4 - S_2 = -18$  จงหา  $S_5$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5) อนุกรมเรขาคณิต  $160 + 240 + 360 + \dots$  จะต้องบวกกี่พจน์จึงจะได้ผลบวกเป็น 2,110

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



### เฉลยใบงานที่ 8 “ผลบวกของอนุกรมเรขาคณิต”

- 1) จากลำดับเรขาคณิต 3, 6, 12, ... จะได้  $a_1 = 3$  และ  $r = \frac{6}{3} = 2$

แทน  $n$  ด้วย 10 ใน  $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$  เมื่อ  $r \neq 1$

$$\begin{aligned}\text{จะได้ } S_{10} &= \frac{3(1-2^{10})}{1-2} \\ &= 3\left(\frac{2^{10}-1}{2-1}\right) \\ &= 3\left(\frac{1,024-1}{2-1}\right) \\ &= 3\left(\frac{1,023}{1}\right) \\ &= 3,069\end{aligned}$$

ดังนั้น ผลบวก 10 พจน์แรกของอนุกรมที่ได้จากลำดับเรขาคณิต 3, 6, 12, ... คือ 3,069

- 2) ได้จากลำดับเรขาคณิต 27, (-9), 3, (-1), ... จะได้  $a_1 = 27$  และ  $r = \frac{-9}{27} = \frac{-1}{3}$

จาก  $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$  เมื่อ  $r \neq 1$

$$\text{จะได้ } S_n = \frac{27\left(1-\left(-\frac{1}{3}\right)^n\right)}{1-\left(-\frac{1}{3}\right)} = \frac{27\left(1-\left(-\frac{1}{3}\right)^n\right)}{\frac{4}{3}} = \frac{81}{4}\left(1-\left(-\frac{1}{3}\right)^n\right)$$

แทนค่า  $n = 8$  ใน  $S_n$  จะได้

$$\begin{aligned}S_8 &= \frac{81}{4}\left(1-\left(-\frac{1}{3}\right)^8\right) \\ &= \frac{81}{4}\left(1-\frac{1}{6,561}\right) \\ &= \frac{81}{4}\left(\frac{6,560}{6,561}\right) \\ &= \frac{1,640}{81}\end{aligned}$$

ดังนั้น  $S_n = \frac{81}{4} \left( 1 - \left( -\frac{1}{3} \right)^n \right)$  และผลบวก 8 พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต

$$27 + (-9) + 3 + (-1) + \dots \text{ คือ } \frac{1,640}{81}$$

3) จากโจทย์จะได้  $a_1 = 3$ ,  $S_n = 189$  และ  $a_n = 96$

$$\text{และจาก } S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1 - r} \text{ เมื่อ } r \neq 1$$

แทนค่า  $a_1 = 3$ ,  $S_n = 189$  และ  $a_n = 96$

$$\text{จะได้ } 189 = \frac{(3) - (96)r}{1 - r}$$

$$189 - 189r = 3 - 96r$$

$$189r - 96r = 189 - 3$$

$$93r = 186$$

$$r = \frac{186}{93} = 2$$

หา  $n$  จาก  $a_n = a_1 r^{n-1}$

$$\text{จะได้ } 96 = (3)(2)^{n-1}$$

$$2^{n-1} = 32$$

$$2^{n-1} = 2^5$$

$$\text{นั่นคือจะได้ } n - 1 = 5$$

$$n = 6$$

ดังนั้น ลำดับเรขาคณิตลำดับหนึ่งที่มี  $a_1 = 3$ ,  $a_n = 96$  และ  $S_n = 189$

มีอัตราส่วนร่วม คือ 2 และ  $n$  คือ 6

4) ให้  $S_5$  แทน ผลบวก 5 พจน์แรกของลำดับเรขาคณิต

จากโจทย์ จะได้  $a_3 = 9$  และ  $S_4 - S_2 = -18$

$$\text{จาก } S_4 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$S_2 = a_1 + a_2 \quad \dots\dots\dots(2)$$

นำ (1) - (2) จะได้  $S_4 - S_2 = a_3 + a_4$

$$\text{นั่นคือ } -18 = 9 + a_4$$

$$a_4 = -18 - 9 = -27$$

$$\text{จะได้ } r = \frac{a_4}{a_3} = \frac{-27}{9} = -3 \text{ และ}$$

$$\text{จาก } a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$\text{จะได้ } a_3 = a_1 r^{3-1}$$

$$9 = a_1(-3)^2$$

$$a_1 = 1$$

$$\text{นั่นคือ จาก } S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \text{ เมื่อ } r \neq 1$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } S_5 &= \frac{(1)(1-(-3)^5)}{1-(-3)} \\ &= \frac{1-(-243)}{4} \\ &= \frac{244}{4} = 61 \end{aligned}$$

ดังนั้น  $S_5$  เท่ากับ 61

5) จากโจทย์ อนุกรมเรขาคณิต  $160 + 240 + 360 + \dots$

$$\text{จะได้ } a_1 = 160, r = \frac{240}{160} = \frac{3}{2} \text{ และ } S_n = 2,110$$

$$\text{และจาก } S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \text{ เมื่อ } r \neq 1$$

$$\text{จะได้ } 2,110 = \frac{160\left(1-\left(\frac{3}{2}\right)^n\right)}{1-\left(\frac{3}{2}\right)}$$

$$2,110 = \frac{160\left(\left(\frac{3}{2}\right)^n - 1\right)}{\left(\frac{3}{2}\right) - 1}$$

$$2,110 \frac{1}{2} = 160\left(\left(\frac{3}{2}\right)^n - 1\right)$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^n = \frac{2,110}{320} + 1$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^n = \frac{2,110 + 320}{320}$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^n = \frac{2,430}{320}$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^n = \frac{243}{32}$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^n = \left(\frac{3}{2}\right)^5$$

นั่นคือ  $n = 5$

ดังนั้น อนุกรมเรขาคณิต  $160 + 240 + 360 + \dots$  จะต้องบวก 5 พจน์จึงจะได้ผลบวกเป็น 2,110



## ใบงานที่ 9

### “การนำอนุกรมเรขาคณิตไปใช้”

#### จุดประสงค์การเรียนรู้

##### ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

- ใช้การเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ปัญหาโจทย์หรือสถานการณ์ที่กำหนดให้โดยใช้อนุกรมเรขาคณิตได้
- ใช้การคิดสร้างสรรค์เพื่อแก้ปัญหาปัญหาโจทย์หรือสถานการณ์ที่กำหนดให้โดยใช้อนุกรมเรขาคณิตได้
- ใช้การสื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ในการนำเสนอการแก้ปัญหาจากปัญหาโจทย์หรือสถานการณ์ที่กำหนดให้โดยใช้อนุกรมเรขาคณิตได้

##### ด้านสมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

- ใช้ความสามารถในการคิดเพื่อแก้ปัญหาโจทย์หรือสถานการณ์ที่กำหนดให้โดยใช้อนุกรมเรขาคณิตได้

#### คำชี้แจง

1. ให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม ๆ ละ 4 คน ร่วมแลกเปลี่ยนเรียนรู้แล้วแสดงวิธีแก้ปัญหาสถานการณ์ที่กำหนดให้ถูกต้อง
2. ให้ตัวแทนกลุ่มออกนำเสนอการแสดงวิธีแก้ปัญหาสถานการณ์ที่กำหนดให้และสมาชิกในกลุ่มที่เหลือร่วมแสดงความคิดเห็นเพิ่มเติม

1) นายดำกู้เงินจากนายแดง โดยทำสัญญาจ่ายเงินคืนเดือนแรก 10 บาท และในเดือนถัดไปจะจ่ายเงินเพิ่มเป็น 2 เท่าของเดือนก่อนหน้า จนครบ 12 เดือน จงหาว่านายดำจะต้องจ่ายเงินคืนนายแดงรวมทั้งสิ้นกี่บาท

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2) จากการสำรวจประชากรของอำเภอทับปุด จังหวัดพังงา ปรากฏว่าเมื่อสิ้นปี พ.ศ. 2560 อำเภอทับปุด มีประชากร 50,000 คน และปีต่อ ๆ มา ประชากรเพิ่มขึ้น 5% จากปีที่ผ่านมาทุกปี อยากทราบว่าเมื่อสิ้นปี พ.ศ. 2565 ประชากรของอำเภอทับปุด จังหวัดพังงา มีจำนวนเท่าใด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3) ลูกบอลถูกปล่อยจากระยะความสูง 16 เมตร ในแนวดิ่ง ทุกครั้งที่ลูกบอลกระทบพื้นจะกระดอนขึ้นไปเป็นระยะ  $\frac{3}{4}$  ของระยะทางที่ตกลงมา เช่นนี้ไปเรื่อย ๆ จงหาระยะทางทั้งหมดที่ลูกบอลเคลื่อนที่ได้ในแนวดิ่งก่อนหยุดนิ่ง

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4) แบคทีเรียชนิดหนึ่งขยายพันธุ์เพิ่มขึ้น 20% ในทุก ๆ ชั่วโมง ถ้าเดิมแบคทีเรียมี 1,000 ตัว จงหาสูตรในการคำนวณจำนวนแบคทีเรียเมื่อเวลาผ่านไป  $t$  ชั่วโมง และเมื่อเวลาผ่านไป 10 ชั่วโมง แบคทีเรียมีจำนวนเท่าใด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

### เฉลยใบงานที่ 9 “การนำผลบวกของอนุกรมเรขาคณิตไปใช้”

- 1) จำนวนเงินที่นายดำจะต้องจ่ายเงินคืนนายแดง คือ ลำดับเรขาคณิต 10, 20, 40, ...

$$\text{ที่มี } a_1 = 10 \text{ และ } r = \frac{20}{10} = 2$$

ดังนั้น จำนวนเงินที่นายดำจะต้องจ่ายเงินคืนนายแดงเมื่อครบ 12 เดือน คือ  $S_{12}$

$$\text{จาก } S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \text{ เมื่อ } r \neq 1$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } S_{12} &= \frac{10(1-2^{12})}{1-2} \\ &= \frac{10(1-4,096)}{-1} \\ &= 40,950 \end{aligned}$$

ดังนั้น จำนวนเงินที่นายดำจะต้องจ่ายเงินคืนนายแดงเมื่อครบ 12 เดือน

รวมทั้งสิ้น 40,950 บาท

- 2) ในปี พ.ศ. 2560 ประชากรของอำเภอทับปุด จังหวัดพังงา จำนวน 50,000 คน

ในปี พ.ศ. 2561 ประชากรของอำเภอทับปุด จังหวัดพังงา จำนวน  $50,000(1.05)$  คน

ในปี พ.ศ. 2563 ประชากรของอำเภอทับปุด จังหวัดพังงา จำนวน  $50,000(1.05)^2$  คน

จะเห็นว่า ประชากรของอำเภอทับปุด จังหวัดพังงา ปีที่ 1, 2, 3, ... เป็นลำดับเรขาคณิต

ที่มี  $a_1 = 50,000$  และ  $r = 1.05$

นั่นคือ จำนวนประชากรของอำเภอทับปุด จังหวัดพังงา เมื่อสิ้นปี พ.ศ. 2565 คือ  $S_6$

$$\text{แทน } n \text{ ด้วย } 6 \text{ ใน } S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \text{ เมื่อ } r \neq 1$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } S_6 &= \frac{(50,000)(1-(1.05)^6)}{1-1.05} \\ &= \frac{(50,000)((1.05)^6 - 1)}{1.05 - 1} \\ &\approx 481,519 \end{aligned}$$

ดังนั้น จำนวนประชากรของอำเภอทับปุด จังหวัดพังงา เมื่อสิ้นปี พ.ศ. 2565

ประมาณ 481,519 คน

3) จากลูกบอลถูกปล่อยจากระยะความสูง 16 เมตร

เมื่อกระดอนครั้งที่ 1 ระยะทางทั้งหมด  $16 + 2\left(\frac{3}{4}\right)16$  เมตร

เมื่อกระดอนครั้งที่ 2 ระยะทางทั้งหมด  $16 + 2\left(\frac{3}{4}\right)16 + 2\left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right)16$  เมตร

เมื่อกระดอนครั้งที่ 3 ระยะทางทั้งหมด

$16 + 2\left(\frac{3}{4}\right)16 + 2\left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right)16 + 2\left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right)16 + \dots$  เมตร

จะเห็นว่า ระยะทางทั้งหมดที่ลูกบอลเคลื่อนที่ได้ในแนวดิ่งก่อนหยุดนิ่ง

กระดอนครั้งที่ 1, 2, 3, ... เป็นลำดับเรขาคณิต

ที่มี  $a_1 = 24$ ,  $r = \frac{3}{4}$  และ เมื่อลูกบอลหยุดนิ่งจะได้  $a_n = 0$

จาก  $S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1 - r}$  เมื่อ  $r \neq 1$

จะได้ ระยะทางทั้งหมดที่ลูกบอลเคลื่อนที่ได้ในแนวดิ่งก่อนหยุดนิ่ง

$$\begin{aligned} \text{เท่ากับ } 16 + \frac{a_1 - a_n r}{1 - r} &= 16 + \frac{24 - (0)\left(\frac{3}{4}\right)}{1 - \left(\frac{3}{4}\right)} \\ &= 16 + \frac{24}{\frac{1}{4}} \\ &= 16 + 96 \\ &= 112 \end{aligned}$$

ดังนั้น ระยะทางทั้งหมดที่ลูกบอลเคลื่อนที่ได้ในแนวดิ่งก่อนหยุดนิ่ง เท่ากับ 112 เมตร

4) จำนวนแบคทีเรียเมื่อเวลาผ่านไป  $t$  ชั่วโมง คือ ลำดับเรขาคณิต 1,000, 1,200, 1,440, ...

ที่มี  $a_1 = 1,000$  และ  $r = \frac{1,200}{1,000} = 1.2$

ดังนั้น จำนวนแบคทีเรียเมื่อเวลาผ่านไป  $t$  ชั่วโมง คือ  $S_t$

จาก  $S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r}$  เมื่อ  $r \neq 1$

จะได้  $S_t = \frac{1,000(1 - (1.2)^t)}{1 - 1.2}$



และเมื่อเวลาผ่านไป 10 ชั่วโมงแบคทีเรียมีจำนวน

$$\begin{aligned} S_{10} &= \frac{1,000(1 - (1.2)^{10})}{1 - 1.2} \\ &= \frac{1,000(1 - (1.2)^{10})}{1 - 1.2} \\ &\approx 30,953.68 \end{aligned}$$

ดังนั้น เมื่อเวลาผ่านไป 10 ชั่วโมงแบคทีเรียมีจำนวนประมาณ 30,954 ตัว



**แบบฝึกหัดที่ 6**  
**“อนุกรมเรขาคณิต”**

**จุดประสงค์การเรียนรู้**

**ด้านความรู้**

- หาผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิตได้
- นำอนุกรมเรขาคณิตไปใช้แก้ปัญหาโจทย์หรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้

1. จงหาผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต เมื่อกำหนดให้
  - 1)  $n = 5, a_1 = 2$  และ  $r = 2$
  - 2)  $n = 7, a_1 = -2$  และ  $r = 3$
  - 3)  $n = 8, a_1 = -3$  และ  $r = 5$
  - 4)  $n = 11$  และลำดับเรขาคณิต คือ  $-5, 10, -20, 40, \dots$
  - 5)  $n = 12$  และลำดับเรขาคณิต คือ  $-3, -6, -12, -24, \dots$
  - 6)  $n = 10$  และลำดับเรขาคณิต คือ  $5, 15, 45, 135, \dots$
2. จงหาผลบวกของอนุกรมเรขาคณิตต่อไปนี้
  - 1)  $5 + 25 + 125 + 625 + \dots + 15,625$
  - 2)  $-2 + (-8) + (-32) + (-128) + \dots + (-8,192)$
  - 3)  $\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \dots + \frac{1}{2,048}$
3. อนุกรมเรขาคณิตชุดหนึ่งมี อัตราส่วนร่วม คือ  $-2$  และผลบวก 6 พจน์แรกคือ 42 จงหาผลบวก 10 พจน์แรกของอนุกรมนี้
4. ผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต  $2 + 4 + 8 + \dots$  เป็น 65,534 มีทั้งหมดกี่พจน์
5. อนุกรมเรขาคณิตมีผลบวกของพจน์แรกกับพจน์ที่สองเป็น  $-8$  และมีผลบวกของพจน์ที่สี่กับพจน์ที่ห้าเป็น 64 จงหาผลบวก 10 พจน์แรกของอนุกรมนี้
6. เปรี๊ยะออมเงินเพื่อซื้อคอมพิวเตอร์และโทรศัพท์มือถือ โดยวันแรกจะออมเงิน 2 บาท วันที่สองออมเงิน 6 บาท วันที่สามออมเงิน 18 บาท วันที่สี่ออมเงิน 54 บาท เช่นนี้ไปเรื่อย ๆ เมื่อครบ 10 วัน เปรี๊ยะจะมีเงินออมเท่าใด
7. แบคทีเรียชนิดหนึ่งขยายพันธุ์โดยเพิ่มขึ้น 20% ทุกนาทีก ถ้าเดิมมีแบคทีเรีย 100 ตัว เมื่อเวลาผ่านไป 15 นาที จะมีแบคทีเรียทั้งหมดกี่ตัว

### เฉลยแบบฝึกหัดที่ 6 “อนุกรมเรขาคณิต”

1. 1) จากอนุกรมเรขาคณิตที่มี  $a_1 = 2$ ,  $r = 2$  และ  $n = 5$

$$\text{แทน } n \text{ ด้วย } 5 \text{ ใน } S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \text{ เมื่อ } r \neq 1$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } S_5 &= \frac{2(1-2^5)}{1-2} \\ &= 2\left(\frac{2^5-1}{2-1}\right) \\ &= 2\left(\frac{32-1}{1}\right) \\ &= 2(31) \\ &= 62 \end{aligned}$$

ดังนั้น ผลบวก 5 พจน์แรกของอนุกรมนี้ คือ 62

- 2) จากอนุกรมเรขาคณิตที่มี  $a_1 = -2$ ,  $r = 3$  และ  $n = 7$

$$\text{แทน } n \text{ ด้วย } 7 \text{ ใน } S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \text{ เมื่อ } r \neq 1$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } S_7 &= \frac{(-2)(1-3^7)}{1-(3)} \\ &= -2\left(\frac{3^7-1}{3-1}\right) \\ &= -2\left(\frac{2,187-1}{2}\right) \\ &= -2\left(\frac{2,186}{2}\right) \\ &= -2,186 \end{aligned}$$

ดังนั้น ผลบวก 7 พจน์แรกของอนุกรมนี้ คือ -2,186

- 3) จากอนุกรมเรขาคณิตที่มี  $a_1 = -3$ ,  $r = 5$  และ  $n = 8$

$$\text{แทน } n \text{ ด้วย } 8 \text{ ใน } S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \text{ เมื่อ } r \neq 1$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } S_8 &= \frac{(-3)(1-5^8)}{1-(5)} \\ &= -3 \left( \frac{5^8-1}{5-1} \right) \\ &= -3 \left( \frac{390,625-1}{4} \right) \\ &= -3 \left( \frac{390,624}{4} \right) \\ &= (-3)(97,656) \\ &= -292,968 \end{aligned}$$

ดังนั้น ผลบวก 8 พจน์แรกของอนุกรมนี้ คือ -292,968

- 4) จากลำดับเรขาคณิต คือ -5, 10, -20, 40, ... ที่มี  $a_1 = -5$ ,  $r = -2$  และ  $n = 11$

$$\text{แทน } n \text{ ด้วย } 11 \text{ ใน } S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \text{ เมื่อ } r \neq 1$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } S_{11} &= \frac{(-5)(1-(-2)^{11})}{1-(-2)} \\ &= \frac{(-5)(1-(-2,048))}{1+2} \\ &= -5 \left( \frac{2,049}{3} \right) \\ &= (-5)(683) \\ &= -3,415 \end{aligned}$$

ดังนั้น ผลบวก 11 พจน์แรกของลำดับเรขาคณิต คือ -5, 10, -20, 40, ... คือ -3,415

- 5) จากลำดับเรขาคณิต คือ -3, -6, -12, -24, ... ที่มี  $a_1 = -3$ ,  $r = 2$  และ  $n = 12$

$$\text{แทน } n \text{ ด้วย } 12 \text{ ใน } S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \text{ เมื่อ } r \neq 1$$

$$\begin{aligned}
 \text{จะได้ } S_{12} &= \frac{(-3)(1-(2)^{12})}{1-(2)} \\
 &= -3\left(\frac{2^{12}-1}{2-1}\right) \\
 &= -3\left(\frac{4,096-1}{1}\right) \\
 &= -3(4,095) \\
 &= -12,285
 \end{aligned}$$

ดังนั้น ผลบวก 11 พจน์แรกของลำดับเรขาคณิต คือ -3, -6, -12, -24, ... คือ -12,285

- 6) จากลำดับเรขาคณิต คือ 5, 15, 45, 135, ... ที่มี  $a_1 = 5$ ,  $r = 3$  และ  $n = 10$

$$\text{แทน } n \text{ ด้วย } 10 \text{ ใน } S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \text{ เมื่อ } r \neq 1$$

$$\begin{aligned}
 \text{จะได้ } S_{12} &= \frac{(5)(1-(3)^{10})}{1-(3)} \\
 &= 5\left(\frac{3^{10}-1}{3-1}\right) \\
 &= 5\left(\frac{59,049-1}{2}\right) \\
 &= 5\left(\frac{59,048}{2}\right) \\
 &= 5(29,524) \\
 &= 147,620
 \end{aligned}$$

ดังนั้น ผลบวก 10 พจน์แรกของลำดับเรขาคณิต คือ 5, 15, 45, 135, ... คือ 147,620

2. 1) จากอนุกรมเรขาคณิต  $5 + 25 + 125 + 625 + \dots + 15,625$

จะได้  $a_1 = 5$  และ  $r = 5$

$$\text{จาก } a_n = a_1 r^{n-1}$$

หา  $n$  จะได้

$$15,625 = 5(5^{n-1})$$

$$15,625 = 5(5^n \times 5^{-1})$$

$$5^6 = 5^n$$

นั่นคือ  $n = 6$

แทน  $n$  ด้วย 6 ใน  $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$  เมื่อ  $r \neq 1$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } S_6 &= \frac{(5)(1-(5)^6)}{1-(5)} \\ &= 5 \left( \frac{5^6-1}{5-1} \right) \\ &= 5 \left( \frac{15,625-1}{4} \right) \\ &= 5 \left( \frac{15,624}{4} \right) \\ &= 5(3,906) \\ &= 19,530 \end{aligned}$$

ดังนั้น ผลบวก 6 พจน์แรกของลำดับเรขาคณิตนี้คือ 19,530

- 2) จากอนุกรมเรขาคณิต  $-2 + (-8) + (-32) + (-128) + \dots + (-8,192)$

จะได้  $a_1 = -2$  และ  $r = 4$

จาก  $a_n = a_1 r^{n-1}$

หา  $n$  จะได้

$$-8,192 = (-2)(4^{n-1})$$

$$-8,192 = (-2)(4^n \times 4^{-1})$$

$$-32,768 = (-2)4^n$$

$$16,384 = 4^n$$

$$4^7 = 4^n$$

นั่นคือ  $n = 7$

แทน  $n$  ด้วย 7 ใน  $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$  เมื่อ  $r \neq 1$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } S_7 &= \frac{(-2)(1-(4)^7)}{1-(4)} \\ &= (-2) \left( \frac{4^7-1}{4-1} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= (-2) \left( \frac{16,384-1}{3} \right) \\
&= (-2) \left( \frac{16,383}{3} \right) \\
&= (-2)(5,461) \\
&= -10,922
\end{aligned}$$

ดังนั้น ผลบวก 7 พจน์แรกของลำดับเรขาคณิตนี้คือ -10,922

3) จากอนุกรมเรขาคณิต  $\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \dots + \frac{1}{2,048}$

จะได้  $a_1 = \frac{1}{4}$  และ  $r = \frac{1}{2}$

จาก  $a_n = a_1 r^{n-1}$

หา  $n$  จะได้

$$\frac{1}{2,048} = \left( \frac{1}{4} \right) \left( \frac{1}{2} \right)^{n-1}$$

$$\frac{1}{512} = \left( \frac{1}{2} \right)^{n-1}$$

$$\frac{1}{512} = \left( \frac{1}{2} \right)^n \left( \frac{1}{2} \right)^{-1}$$

$$\frac{1}{1,024} = \left( \frac{1}{2} \right)^n$$

$$\left( \frac{1}{2} \right)^{10} = \left( \frac{1}{2} \right)^n$$

นั่นคือ  $n = 10$

แทน  $n$  ด้วย 10 ใน  $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$  เมื่อ  $r \neq 1$

จะได้  $S_{10} = \frac{\left( \frac{1}{4} \right) \left( 1 - \left( \frac{1}{2} \right)^{10} \right)}{1 - \left( \frac{1}{2} \right)}$

$$= \frac{\left( \frac{1}{4} \right) \left( 1 - \left( \frac{1}{2} \right)^{10} \right)}{\frac{1}{2}}$$

$$= \left( \frac{1}{2} \right) \left( 1 - \left( \frac{1}{2} \right)^{10} \right)$$

$$\begin{aligned}
 &= \left(\frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{1,024}\right) \\
 &= \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1,023}{1,024}\right) \\
 &= \frac{1,023}{2,048}
 \end{aligned}$$

ดังนั้น ผลบวก 10 พจน์แรกของลำดับเรขาคณิตนี้ คือ  $\frac{1,023}{2,048}$

3. จากลำดับเรขาคณิตชุดหนึ่ง มี  $r = -2$  และ  $S_6 = 42$

$$\text{จาก } S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \text{ เมื่อ } r \neq 1$$

$$\text{จะได้ } S_6 = \frac{a_1(1-(-2)^6)}{1-(-2)}$$

$$42 = \frac{a_1(1-64)}{3}$$

$$126 = (-63)a_1$$

$$a_1 = -2$$

$$\text{นั่นคือ } S_{10} = \frac{(-2)(1-1,024)}{3}$$

$$= \frac{(-2)(-1,023)}{3}$$

$$= 682$$

ดังนั้น ผลบวก 10 พจน์แรกของอนุกรมนี้ คือ 682

4. จากอนุกรมเรขาคณิต  $2 + 4 + 8 + \dots$  มี  $a_1 = 2$ ,  $r = 2$  และ  $S_n = 65,534$

$$\text{จาก } S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \text{ เมื่อ } r \neq 1$$

$$\text{จะได้ } 65,534 = \frac{2(1-(2)^n)}{1-(2)}$$

$$65,534 = \frac{2(1-(2)^n)}{1-(2)}$$



$$\begin{aligned}\frac{65,534(-1)}{2} &= 1 - 2^n \\ 2^n &= 1 + 32,767 \\ 2^n &= 32,768 \\ &= 2^{15}\end{aligned}$$

ดังนั้น ผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต  $2 + 4 + 8 + \dots$  เป็น 65,534 มีทั้งหมด 15 พจน์

5. จากโจทย์กำหนด  
จะได้

$$\begin{aligned}-8 &= a_1 + a_2 \\ -8 &= a_1 + a_1 r \\ -8 &= a_1(1 + r) \quad \dots\dots\dots(1)\end{aligned}$$

และ

$$\begin{aligned}64 &= a_4 + a_5 \\ 64 &= a_1 r^3 + a_1 r^4 \\ 64 &= a_1 r^3(1 + r) \quad \dots\dots\dots(2)\end{aligned}$$

นำ (2)  $\div$  (1) จะได้

$$-8 = r^3$$

นั่นคือ  $r = -2$  และ แทนค่า  $r = -2$  ใน (1) จะได้  $a_1 = 8$

$$\text{จาก } S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r} \quad \text{เมื่อ } r \neq 1$$

$$\begin{aligned}\text{จะได้ } S_{10} &= \frac{8(1 - (-2)^{10})}{1 - (-2)} \\ &= \frac{8(1 - 1,024)}{1 - (-2)} \\ &= \frac{8(-1,023)}{3} \\ &= 8(-341) \\ &= -2,728\end{aligned}$$

ดังนั้น ผลบวก 10 พจน์แรกของอนุกรมนี้ คือ -2,728

6. จำนวนเงินที่เปรี้ยวออมคือ ลำดับเรขาคณิต 2, 6, 18, 54, ...

ที่มี  $a_1 = 2$  และ  $r = \frac{6}{2} = 3$

ดังนั้น จำนวนเงินที่เปรี้ยวออมเงินเมื่อครบ 10 วัน คือ  $S_{10}$

$$\text{จาก } S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \text{ เมื่อ } r \neq 1$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } S_{10} &= \frac{2(1-3^{10})}{1-3} \\ &= \frac{2(1-59,049)}{-2} \\ &= 59,048 \end{aligned}$$

ดังนั้น เมื่อครบ 10 วัน เปรี้ยวจะออมเงินทั้งหมด 59,048 บาท

7. ในนาที่แรก แบคทีเรียขยายพันธุ์ได้  $100 + 100(0.2) = 100(1.2)$  ตัว

ในนาที่ที่ 2 แบคทีเรียขยายพันธุ์ได้

$$100(1.2) + (100(1.2)(0.2)) = 100(1.2)(1 + 0.2) = 100(1.2)^2 \text{ ตัว}$$

ในนาที่ที่ 3 แบคทีเรียขยายพันธุ์ได้

$$100(1.2)^2 + (100(1.2)^2(0.2)) = 100(1.2)^2(1 + 0.2) = 100(1.2)^3 \text{ ตัว}$$

จะเห็นว่า แบคทีเรียขยายพันธุ์ในนาที่ที่ 1, 2, 3, ... เป็นลำดับเรขาคณิต

ที่มี  $a_1 = 100(1.2)$  และ  $r = 1.2$

นั่นคือ จำนวนแบคทีเรียขยายพันธุ์ในนาที่ที่ 1 ถึง 15 คือ  $S_{15}$

$$\text{แทน } n \text{ ด้วย } 15 \text{ ใน } S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \text{ เมื่อ } r \neq 1$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } S_{15} &= \frac{100(1.2)(1-(1.2)^{15})}{1-1.2} \\ &= \frac{120((1.2)^{15}-1)}{1.2-1} \\ &\approx 8,644.2149 \end{aligned}$$

ดังนั้น เมื่อเวลาผ่านไป 15 นาที่ จะมีแบคทีเรียทั้งหมด

$$\text{ประมาณ } 100 + 8,644 = 8,744 \text{ ตัว}$$

# สื่อโปรแกรม Power Point เรื่อง “อนุกรม”(อนุกรมเรขาคณิต) หน้าที่ 22 – 29

**อนุกรมเรขาคณิต**

ความหมายของอนุกรมเรขาคณิต

ตัวอย่างที่ 11 พิจารณาลำดับเรขาคณิต 2, 6, 18, ... , 4,374

ลำดับเรขาคณิตที่มี 3 เป็นอัตราส่วนร่วม

ผลบวกของพจน์ทุกพจน์ของลำดับเรขาคณิตทำได้ดังนี้

ให้  $S = 2 + 6 + 18 + 54 + \dots + 4,374$  .....(1)

นั่นคือ  $3S = 6 + 18 + 54 + \dots + 4,374 + 13,112$  .....(2)

จาก (1) และ (2) จะได้

$2S = 13,112 - 2$

$2S = 13,110$

$S = 6,555$

ดังนั้น  $2 + 6 + 18 + 54 + \dots + 4,374 = 6,555$

back Next

**อนุกรมเรขาคณิต**

ความหมายของอนุกรมเรขาคณิต

หาผลบวกของพจน์ทุกพจน์ของลำดับเรขาคณิตทำได้ดังนี้

ให้  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  เป็นลำดับเรขาคณิต ซึ่งมี  $r$  เป็นอัตราส่วนร่วม

ดังนั้น  $S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-2} + a_{n-1} + a_n$

$= a_1 + a_1r + a_1r^2 + a_1r^3 + \dots + a_1r^{n-2} + a_1r^{n-1} + a_1r^n$  .....(3)

และ  $rS_n = a_1r + a_1r^2 + a_1r^3 + \dots + a_1r^{n-1} + a_1r^n$  .....(4)

จาก (3) และ (4) จะได้

$rS_n - S_n = a_1r^n - a_1$

$S_n(r - 1) = a_1r^n - a_1$

$= \frac{a_1r^n - a_1}{r - 1}$

back Next

**อนุกรมเรขาคณิต**

ความหมายของอนุกรมเรขาคณิต

$$= \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$$

นั่นคือ  $S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r}$  เมื่อ  $r \neq 1$

หรือ  $S_n = \frac{a_1r^n - a_1}{r - 1}$

$= \frac{a_1 - a_1r^n}{1 - r}$

$= \frac{a_1 - a_1r^n}{1 - r}$

นั่นคือ  $S_n = \frac{a_1 - a_1r^n}{1 - r}$  เมื่อ  $r \neq 1$

back Next

**อนุกรมเรขาคณิต**

ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต

ตัวอย่างที่ 12 จงหาผลบวก 8 พจน์แรกของอนุกรมที่ได้จากลำดับเรขาคณิต 2, 4, 8, 16, ...

วิธีทำ จากลำดับเรขาคณิต 2, 4, 8, 16, ... จะได้  $a_1 = 2$  และ  $r = 2$

ให้  $S_8$  แทน ผลบวก 8 พจน์แรกของอนุกรมนี้

แทน 8 ใน  $S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r}$  เมื่อ  $r \neq 1$

จะได้  $S_8 = \frac{(2)(1 - (2)^8)}{1 - 2}$

$= \frac{(2)(2^8 - 1)}{2 - 1}$

$= \frac{(2)(256 - 1)}{2 - 1}$

$= (2)(255)$

$= 510$

ดังนั้น ผลบวก 8 พจน์แรกของอนุกรมที่ได้จากลำดับนี้คือ 510

back Next

**อนุกรมเรขาคณิต**

ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต

ตัวอย่างที่ 13 จงหาผลบวกของอนุกรมเรขาคณิต  $1 + 2 + 4 + 8 + 16 + \dots + 1,024$

วิธีทำ จากลำดับเรขาคณิต  $1 + 2 + 4 + 8 + 16 + \dots + 1,024$

จะได้  $a_1 = 1, r = 2$  และ  $a_n = 1,024$

วิธีที่ 1 ให้  $S_n$  แทน ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมนี้

จาก  $a_n = a_1r^{n-1}$

$1,024 = (1)(2)^{n-1}$

$1,024 = 2^n \times 2^1$

$2^n = 2,048$

$2^n = 2^{11}$

นั่นคือ  $n = 11$

ดังนั้นผลบวกของอนุกรมเรขาคณิตนี้ คือ 2,047

back Next

**อนุกรมเรขาคณิต**

ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต

ตัวอย่างที่ 13 จงหาผลบวกของอนุกรมเรขาคณิต  $1 + 2 + 4 + 8 + 16 + \dots + 1,024$

วิธีทำ จากลำดับเรขาคณิต  $1 + 2 + 4 + 8 + 16 + \dots + 1,024$

จะได้  $a_1 = 1, r = 2$  และ  $a_n = 1,024$

วิธีที่ 2 ให้  $S_n$  แทน ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมนี้

จาก  $S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1 - r}$  เมื่อ  $r \neq 1$

จะได้  $S_n = \frac{(1) - (1,024)(2)}{1 - 2}$

$= \frac{1 - 2,048}{1 - 2}$

$= \frac{1 - 2,048}{1 - 2} = 2,047$

ดังนั้นผลบวกของอนุกรมเรขาคณิตนี้ คือ 2,047

back Next

**อนุกรมเรขาคณิต**

ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต

ตัวอย่างที่ 14 ลำดับเรขาคณิตชุดหนึ่งเป็น  $a_n = 3^n$  จงหา  $S_9$

วิธีทำ จากลำดับ เรขาคณิตชุดหนึ่งเป็น  $a_n = 3^n$

จะได้ลำดับเรขาคณิต 3, 9, 27, ...,  $3^n$

ที่นี้  $a_1 = 3, r = 3$  และ  $n = 9$

แทน  $n = 9$  ใน  $S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r}$  เมื่อ  $r \neq 1$

จะได้  $S_9 = \frac{(3)(1 - (3)^9)}{1 - 3}$

$= \frac{3(1 - 3^9)}{1 - 3}$

$= \frac{3(1 - 19,683)}{1 - 3}$

$= \frac{3(-19,682)}{-2}$

$= \frac{3(19,683 - 1)}{2}$

$= 29,523$

ดังนั้น  $S_9$  คือ 29,523

back Next

**อนุกรมเรขาคณิต**

การนำอนุกรมเรขาคณิตไปใช้

ตัวอย่างที่ 15 เหมียวเริ่มฝากเงินกับธนาคาร เป็นรายเดือน ๆ ละ 200 บาท ในแต่ละปีได้ดอกเบี้ยเพิ่มขึ้นอีก 20% ของจำนวนเงินที่เขามาฝากตลอดปีที่ผ่านมา จงหาว่าเมื่อผ่านไป 5 ปี เหมียวมีเงินฝากเป็นเท่าใด

วิธีทำ ในปีแรกเหมียวเริ่มฝากเงินกับธนาคาร ทั้งหมด 12(200) บาท

ในปีที่สองเหมียวเริ่มฝากเงินกับธนาคาร ทั้งหมด 12(200)(1.2) บาท

ในปีที่สามเหมียวเริ่มฝากเงินกับธนาคาร ทั้งหมด 12(200)(1.2)<sup>2</sup> บาท

จะเห็นว่ากรณการฝากเงินของเหมียวในปีที่ 1, 2, 3, ... เป็นลำดับเรขาคณิต

ที่นี้  $a_1 = 12(200)$  และ  $r = 1.2$

นั่นคือ เหมียวฝากเงินเป็นรายปีเท่าใด คือ  $S_5$

back Next

สื่อโปรแกรม Power Point เรื่อง “อนุกรม” (อนุกรมเรขาคณิต) หน้า ที่ 30 – 32

**อนุกรมเรขาคณิต**

การนำอนุกรมเรขาคณิตไปใช้

ตัวอย่างที่ 15 เมื่อเริ่มฝากเงินกับธนาคาร เป็นรายเดือน ๆ ละ 200 บาท ในแต่ละปีได้ดอกเบี้ยเงินฝากเพิ่มขึ้นอีก 20% ของจำนวนเงินที่เข้าฝากตลอดปีที่ผ่านมา จงหาว่าเมื่อผ่านไป 5 ปี เมื่อมีเงินฝากเป็นเท่าใด

วิธีทำ แทน  $n = 5$  ใน  $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$  เมื่อ  $r \neq 1$

$$\text{จะได้ } S_5 = \frac{12(200)(1-(1.2)^5)}{1-1.2}$$

$$= \frac{12(200)((1.2)^5 - 1)}{1.2 - 1}$$

$$= 17,859.84$$

ดังนั้นเมื่อผ่านไป 5 ปี เมื่อมีเงินฝากเป็น 17,859.84 บาท

**อนุกรมเรขาคณิต**

การนำอนุกรมเรขาคณิตไปใช้

ตัวอย่างที่ 16 ไวรัสหนึ่งขยายพันธุ์โดยเพิ่มขึ้น 10% ในแต่ละชั่วโมง ถ้าเริ่มต้นมี 1,000 ตัว เมื่อเวลาผ่านไป 10 ชั่วโมงจะมีไวรัสประมาณกี่ตัว

วิธีทำ เริ่มต้นมีไวรัส 1,000 ตัว

เมื่อเวลาผ่านไป 1 ชั่วโมงมีไวรัสขยายพันธุ์เพิ่มขึ้น  $(1,000)(1.1)$  ตัว

เมื่อเวลาผ่านไป 2 ชั่วโมงมีไวรัสขยายพันธุ์เพิ่มขึ้น  $(1,000)(1.1)^2$  ตัว

จะเห็นว่า การขยายพันธุ์ของไวรัสเป็นลำดับเรขาคณิต

ที่มี  $a_1 = 1,000$  และ  $r = 1.1$

นั่นคือ จำนวนการขยายพันธุ์ของไวรัสเมื่อเวลาผ่านไป 10 ชั่วโมงคือ  $S_{10}$

**อนุกรมเรขาคณิต**

การนำอนุกรมเรขาคณิตไปใช้

ตัวอย่างที่ 16 ไวรัสหนึ่งขยายพันธุ์โดยเพิ่มขึ้น 10% ในแต่ละชั่วโมง ถ้าเริ่มต้นมี 1,000 ตัว เมื่อเวลาผ่านไป 10 ชั่วโมงจะมีไวรัสประมาณกี่ตัว

วิธีทำ แทน  $n = 10$  ใน  $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$  เมื่อ  $r \neq 1$

$$\text{จะได้ } S_{10} = \frac{(1,000)(1-(1.1)^{10})}{1-1.1}$$

$$= \frac{(1,000)((1.1)^{10} - 1)}{1.1 - 1}$$

$$= 15,937.425$$

ดังนั้นเมื่อเวลาผ่านไป 10 ชั่วโมงจะมีไวรัสประมาณ 15,937.425 ตัว



แบบทดสอบเก็บคะแนนหลังเรียนครั้งที่ 6 เรื่อง “อนุกรมเรขาคณิต”  
รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน รหัสวิชา ค32102 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5  
เวลา 30 นาที คะแนนเต็ม 10 คะแนน

### คำชี้แจง

- 1) ข้อสอบฉบับนี้เป็นข้อสอบแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 10 ข้อ ใช้เวลาทำข้อสอบ 30 นาที
- 2) ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียวแล้วทำเครื่องหมาย (X) ลงในกระดาษคำตอบ

### มาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด

ค 1.2 ม.5/2 เข้าใจและนำความรู้เกี่ยวกับลำดับและอนุกรมไปใช้

### จุดประสงค์การเรียนรู้ บอกความหมายของอนุกรมเรขาคณิตได้

#### 1. ข้อใดไม่เป็นอนุกรมเรขาคณิต

- |   |   |
|---|---|
| 1) $3 + 6 + 12 + \dots$                               | 2) $32 + 16 + 8 + \dots$                              |
| 3) $\frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{32} + \dots$ | 4) $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18} + \dots$ |

#### 2. พิจารณา

- (1)  $\frac{2}{3} + \frac{2}{9} + \frac{2}{27} + \dots$  เป็นอนุกรมเรขาคณิต มีอัตราส่วนร่วมของอนุกรมเป็น  $\frac{1}{3}$
- (2)  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{2}{9} + \dots$  เป็นอนุกรมเรขาคณิต มีพจน์ที่ 4 ของอนุกรมเป็น  $\frac{4}{27}$

ข้อใดถูกต้อง

- |                                |                                |
|--------------------------------|--------------------------------|
| 1) ข้อ (1) ถูก และ ข้อ (2) ถูก | 2) ข้อ (1) ถูก และ ข้อ (2) ผิด |
| 3) ข้อ (1) ผิด และ ข้อ (2) ถูก | 4) ข้อ (1) ผิด และ ข้อ (2) ผิด |

### จุดประสงค์การเรียนรู้ หาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิตได้

3. ผลบวก 8 พจน์แรกของอนุกรม  $2 + (-1) + \frac{1}{2} + \dots$  เท่ากับข้อใด

- |                    |                    |                    |                    |
|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| 1) $\frac{87}{64}$ | 2) $\frac{85}{64}$ | 3) $\frac{83}{64}$ | 4) $\frac{79}{64}$ |
|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|

4. กำหนดอนุกรมเรขาคณิต  $1 + 4 + 16 + \dots + 1,024$  แล้วผลบวกทุกพจน์ของอนุกรมนี้เท่ากับข้อใด

- 1) 1,235      2) 1,365      3) 1,480      4) 1,565

5. กำหนดลำดับเรขาคณิต 16, 8, 4, ... แล้ว ผลบวก 6 พจน์แรกของอนุกรมจากลำดับนี้เท่ากับข้อใด

- 1) 56      2) 87      3) 108      4) 117

**จุดประสงค์การเรียนรู้** นำอนุกรมเรขาคณิตไปใช้แก้ปัญหาโจทย์หรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้

6. อนุกรมเรขาคณิตชุดหนึ่งมีพจน์แรกเท่ากับ 3 อัตราส่วนร่วมเป็น 4 และผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมนี้คือ 4,095 มีจำนวนกี่พจน์

- 1) 6      2) 8  
3) 10      4) 12

7. อนุกรมเรขาคณิตชุดหนึ่งมีผลบวกพจน์ที่ 2 กับพจน์ที่ 3 มีค่าเท่ากับ 6 และผลบวกพจน์ที่ 5 กับพจน์ที่ 6 มีค่าเท่ากับ 48 ผลบวกของ 6 พจน์แรกของอนุกรมเท่ากับข้อใด

- 1) 54      2) 58      3) 60      4) 63

8. กำหนดให้  $S_n$  เป็นผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต ซึ่งมีอัตราส่วนร่วมเท่ากับ 2 และ  $S_{10} - S_8 = 12$  แล้วพจน์ที่ 9 ของอนุกรมนี้เท่ากับข้อใด

- 1)  $\frac{1}{2}$       2) 2      3) 4      4) 8

9. กุ๊กไก่เก็บออมเงินไว้เพื่อซื้ออุปกรณ์การเรียน โดยวันแรกเริ่มออม 5 บาท วันที่สอง 15 บาท วันที่สาม 45 บาท ออมเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ จนครบ 7 วัน กุ๊กไก่จะมีเงินออมเท่ากับข้อใด

- 1) 5,465 บาท      2) 5,625 บาท  
3) 6,250 บาท      4) 6,455 บาท

10. ปลาตัวฝากเงินกับธนาคารแห่งหนึ่งรายเดือนละ 1,000 บาท ในแต่ละปีปลาตัวจะฝากเงินเพิ่มขึ้นอีก 10% ของจำนวนเงินฝากตลอดปีที่ผ่านมา เมื่อสิ้นปีที่ 5 ปลาตัวมีเงินที่ฝาก(ไม่รวมดอกเบี้ย) ประมาณเต็มพันเท่ากับข้อใด

- 1) 65,000 บาท      2) 73,000 บาท  
3) 82,000 บาท      4) 85,000 บาท

เฉลยแบบทดสอบเก็บคะแนนหลังเรียนครั้งที่ 6 เรื่อง “อนุกรมเรขาคณิต”

1. ตอบ ข้อ 4)

พิจารณา  $3 + 6 + 12 + \dots$  เป็นอนุกรมเรขาคณิต ได้จากลำดับเรขาคณิต  $3, 6, 12, \dots$

และมีอัตราส่วนร่วมเป็น 2

พิจารณา  $32 + 16 + 8 + \dots$  เป็นอนุกรมเรขาคณิต ได้จากลำดับเรขาคณิต  $32, 16, 8, \dots$

และมีอัตราส่วนร่วมเป็น  $\frac{1}{2}$

พิจารณา  $\frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{32} + \dots$  เป็นอนุกรมเรขาคณิต ได้จากลำดับเรขาคณิต  $\frac{1}{2}, \frac{1}{8}, \frac{1}{32}, \dots$

และมีอัตราส่วนร่วมเป็น  $\frac{1}{4}$

พิจารณา  $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18} + \dots$  ไม่เป็น อนุกรมเรขาคณิต ซึ่ง  $\frac{1}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{18}, \dots$  ไม่เป็นลำดับเรขาคณิต

2. ตอบ ข้อ 1)

ข้อ (1) พิจารณา  $\frac{2}{3} + \frac{2}{9} + \frac{2}{27} + \dots$  เป็นอนุกรมเรขาคณิต

ได้จากลำดับเรขาคณิต  $\frac{2}{3}, \frac{2}{9}, \frac{2}{27}, \dots$  มีอัตราส่วนร่วมของอนุกรมเป็น  $\frac{1}{3}$

ข้อ (2) พิจารณา  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{2}{9} + \dots$  เป็นอนุกรมเรขาคณิต

ได้จากลำดับเรขาคณิต  $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{9}, \dots$  มีอัตราส่วนร่วมของอนุกรมเป็น  $\frac{2}{3}$

นั่นคือ มีพจน์ที่ 4 ของอนุกรมเป็น  $\frac{2}{9} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{27}$

ดังนั้น ข้อ (1) ถูก และ ข้อ (2) ถูก

3. ตอบ ข้อ 2)

จากอนุกรม  $2 + (-1) + \frac{1}{2} + \dots$

จะได้  $a_1 = 2$  และ  $r = -\frac{1}{2}$

แทน  $n$  ด้วย 8 ใน  $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$  เมื่อ  $r \neq 1$

จะได้ 
$$S_7 = \frac{2\left(1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^8\right)}{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)}$$

$$= \frac{2\left(\left(-\frac{1}{2}\right)^8 - 1\right)}{\left(-\frac{1}{2}\right) - 1}$$

$$= \frac{2\left(\frac{1}{2^8} - 1\right)}{-\frac{3}{2}}$$

$$= \frac{85}{64}$$

ดังนั้น ผลบวก 8 พจน์แรกของอนุกรมที่ได้จากอนุกรมเรขาคณิต  $2 + (-1) + \frac{1}{2} + \dots$

คือ  $\frac{85}{64}$

4. ตอบ ข้อ 2)

จากอนุกรมเรขาคณิต  $1 + 4 + 16 + \dots + 1,024$

จะได้  $a_1 = 1$ ,  $r = 4$  และ  $a_n = 1,024$

จะได้  $S_n = \frac{a_1 - a_n r}{1 - r}$  เมื่อ  $r \neq 1$

$$= \frac{1 - 1,024(4)}{1 - (4)}$$

$$= \frac{1 - 4,096}{-3}$$

$$= 1,365$$

ดังนั้น ผลบวกของอนุกรมที่ได้จากอนุกรมเรขาคณิต  $1 + 4 + 16 + \dots + 1,024$  คือ 1,365



5. ตอบ ข้อ 3)

จากลำดับเรขาคณิต 16, 8, 4, ...

จะได้ผลบวกของอนุกรมจากลำดับนี้ คือ  $16 + 8 + 4 + \dots$

นั่นคือจะได้  $a_1 = 16$  และ  $r = \frac{1}{2}$

แทน  $n$  ด้วย 6 ใน  $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$  เมื่อ  $r \neq 1$

$$\text{จะได้ } S_6 = \frac{16\left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^6\right)}{1 - \left(\frac{1}{2}\right)}$$

$$= \frac{16\left(\left(\frac{1}{2}\right)^6 - 1\right)}{\left(\frac{1}{2}\right) - 1}$$

$$= \frac{16\left(\frac{1}{2^6} - 1\right)}{-\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{63}{2}$$

ดังนั้น ผลบวก 6 พจน์แรกของอนุกรมที่ได้จากลำดับเรขาคณิต 16, 8, 4, ... คือ  $\frac{63}{2}$

6. ตอบ ข้อ 1)

จากโจทย์  $a_1 = 3$ ,  $r = 4$  และ  $S_n = 4,095$

จาก  $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$  เมื่อ  $r \neq 1$

$$\text{จะได้ } 4,095 = \frac{3(1-4^n)}{1-4}$$

$$4,095 = \frac{3(4^n - 1)}{4 - 1}$$

$$4,095 = 4^n - 1$$

$$4,096 = 4^n$$

$$4^6 = 4^n$$

นั่นคือ  $n = 6$

ดังนั้น จำนวนพจน์ของอนุกรมนี้ คือ 6 พจน์

7. ตอบ ข้อ 4)

จากอนุกรมเรขาคณิตชุดหนึ่งผลบวกพจน์ที่ 2 กับพจน์ที่ 3 มีค่าเท่ากับ 6

จะได้

$$a_2 + a_3 = 6$$

$$a_1r + a_1r^2 = 6$$

$$a_1r(1 + r) = 6 \quad \dots\dots\dots(1)$$

และผลบวกพจน์ที่ 5 กับพจน์ที่ 6 มีค่าเท่ากับ 48

จะได้

$$a_5 + a_6 = 48$$

$$a_1r^4 + a_1r^5 = 48$$

$$a_1r^4(1 + r) = 48 \quad \dots\dots\dots(2)$$

จาก (2) และ (1) จะได้

$$r^3 = 8$$

$$r = 2$$

นั่นคือ

$$a_1(2) + a_1(2)^2 = 6$$

$$6a_1 = 6$$

$$a_1 = 1$$

$$\text{จาก } S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \quad \text{เมื่อ } r \neq 1$$

$$S_6 = \frac{1(1-2^6)}{1-2}$$

$$= \frac{2^6 - 1}{2 - 1}$$

$$= \frac{64 - 1}{2 - 1}$$

$$= 63$$

8. ตอบ ข้อ 3)

จาก  $S_n$  เป็นผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต

$$\text{จะได้ } S_{10} = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{10}$$

$$\text{และ } S_8 = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_8$$

$$\text{นั่นคือ } S_{10} - S_8 = a_{10} + a_9$$

$$12 = a_9 r + a_9$$

จากอัตราส่วนร่วมเท่ากับ 2 จะได้

$$12 = 2a_9 + a_9$$

$$3a_9 = 12$$

$$a_9 = 4$$

ดังนั้น พจน์ที่ 9 ของอนุกรมนี้เท่ากับ 4

9. ตอบ ข้อ 1)

จำนวนเงินที่ถูกไถ่ถอนคือ ลำดับเรขาคณิต 5, 15, 45, ...

$$\text{ที่มี } a_1 = 5 \text{ และ } r = \frac{15}{5} = 3$$

ดังนั้น จำนวนเงินที่น้องมีเงินออมเมื่อครบ 7 วัน คือ  $S_7$

$$\text{จาก } S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \text{ เมื่อ } r \neq 1$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } S_7 &= \frac{5(1-3^{10})}{1-3} \\ &= \frac{5(1-2,187)}{-2} \\ &= 5,465 \end{aligned}$$

ดังนั้น เมื่อครบ 7 วัน กุ๊กไก่จะมีเงินออมเท่ากับ 5,465 บาท

10. ตอบ ข้อ 2)

ในปีแรก ปลาตาวฝากเงินกับธนาคารทั้งสิ้น 12(1,000) บาท

ในปีที่ 2 ปลาตาวฝากเงินกับธนาคารทั้งสิ้น  $12(1,000)(1.1)$  บาท

ในปีที่ 3 ปลาตาวฝากเงินกับธนาคารทั้งสิ้น  $12(1,000)(1.1)^2$  บาท

จะเห็นว่า จำนวนเงินฝากเงินกับธนาคารในปีที่ 1, 2, 3, ... เป็นลำดับเรขาคณิต

ที่มี  $a_1 = 12(1,000)$  และ  $r = 1.1$

นั่นคือ จำนวนเงินที่ฝากเงินกับธนาคารในปีที่ 1 ถึง ปีที่ 5 คือ  $S_5$

แทน  $n$  ด้วย 5 ใน  $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$  เมื่อ  $r \neq 1$

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad S_5 &= \frac{12(1,000)(1-(1.1)^5)}{1-1.1} \\ &= \frac{12(1,000)((1.1)^5 - 1)}{1.1 - 1} \\ &\approx 73,261.2 \end{aligned}$$

ดังนั้น สิ้นปีที่ 5 ปลาตัวมีเงินที่ฝาก(ไม่รวมดอกเบี้ย) ประมาณเต็มพันเป็น 73,000 บาท

**เกณฑ์การประเมินผลแบบฝึกหัดที่ 6 “อนุกรมเรขาคณิต”**

ประเด็นการประเมิน	ระดับคุณภาพ			
	4	3	2	1
<b>ด้านความรู้</b> 1. หาผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิตได้	สามารถทำแบบฝึกหัดที่ 6 “อนุกรมเรขาคณิต” ข้อ 1 และข้อ 2 ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 8 - 9 ข้อ	สามารถทำแบบฝึกหัดที่ 6 “อนุกรมเรขาคณิต” ข้อ 1 และข้อ 2 ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 6 - 7 ข้อ	สามารถทำแบบฝึกหัดที่ 6 “อนุกรมเรขาคณิต” ข้อ 1 และข้อ 2 ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 3 - 5 ข้อ	สามารถทำแบบฝึกหัดที่ 6 “อนุกรมเรขาคณิต” ข้อ 1 และข้อ 2 ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 1 - 2 ข้อหรือมีร่องรอยของความพยายามในการทำแบบฝึกหัดที่ 6 “อนุกรมเรขาคณิต” ข้อที่ 1 และข้อ 2 แต่ไม่ถูกต้องสมบูรณ์
2. นำอนุกรมเรขาคณิตไปใช้แก้ปัญหาโจทย์หรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้	สามารถทำแบบฝึกหัดที่ 6 “อนุกรมเรขาคณิต” ข้อ 3 - ข้อ 7 ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 5 ข้อ	สามารถทำแบบฝึกหัดที่ 6 “อนุกรมเรขาคณิต” ข้อ 3 - ข้อ 7 ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 4 ข้อ	สามารถทำแบบฝึกหัดที่ 6 “อนุกรมเรขาคณิต” ข้อ 3 - ข้อ 7 ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 2 - 3 ข้อ	สามารถทำแบบฝึกหัดที่ 6 “อนุกรมเรขาคณิต” ข้อ 3 - ข้อ 7 ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 1 ข้อหรือมีร่องรอยของความพยายามในการทำแบบฝึกหัดที่ 6 “อนุกรมเรขาคณิต” ข้อ 3 - ข้อ 7 แต่ไม่ถูกต้องสมบูรณ์

\*\*\* ถ้าผลการประเมินในรายการใดไม่ถึงเกณฑ์ระดับ 1 ให้กำหนดเป็น 0

การแปลความหมาย

ระดับ 4 หมายถึง มีระดับคุณภาพดีมาก

ระดับ 3 หมายถึง มีระดับคุณภาพดี

ระดับ 2 หมายถึง มีระดับคุณภาพพอใช้

ระดับ 1 หมายถึง มีระดับคุณภาพปรับปรุง

เกณฑ์การประเมินผลเอกสารแนะแนวทางที่ 10 เรื่อง “ความหมายของลำดับอนุกรมเรขาคณิต”

ประเด็นการประเมิน	ระดับคุณภาพ			
	4	3	2	1
<b>ด้านความรู้</b> 1. บอกความหมายของอนุกรมเรขาคณิตได้	สามารถทำเอกสารแนะแนวทางที่ 10 เรื่อง “ความหมายของลำดับอนุกรมเรขาคณิต” ได้ อย่างถูกต้อง สมบูรณ์ 3 ข้อ	สามารถทำเอกสารแนะแนวทางที่ 10 เรื่อง “ความหมายของลำดับอนุกรมเรขาคณิต” ได้ อย่างถูกต้อง สมบูรณ์ 2 ข้อ	สามารถทำเอกสารแนะแนวทางที่ 10 เรื่อง “ความหมายของลำดับอนุกรมเรขาคณิต” ได้ อย่างถูกต้อง สมบูรณ์ 1 ข้อ	มีร่องรอยของความพยายามในการทำเอกสารแนะแนวทางที่ 10 เรื่อง “ความหมายของลำดับอนุกรมเรขาคณิต” แต่ไม่ถูกต้องสมบูรณ์
<b>ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์</b> 1. ให้เหตุผลในการบอกความหมายของอนุกรมเรขาคณิตได้	สามารถทำเอกสารแนะแนวทางที่ 10 เรื่อง “ความหมายของลำดับอนุกรมเรขาคณิต” ได้ อย่างถูกต้อง สมบูรณ์ 3 ข้อ	สามารถทำเอกสารแนะแนวทางที่ 10 เรื่อง “ความหมายของลำดับอนุกรมเรขาคณิต” ได้ อย่างถูกต้อง สมบูรณ์ 2 ข้อ	สามารถทำเอกสารแนะแนวทางที่ 10 เรื่อง “ความหมายของลำดับอนุกรมเรขาคณิต” ได้ อย่างถูกต้อง สมบูรณ์ 1 ข้อ	มีร่องรอยของความพยายามในการทำเอกสารแนะแนวทางที่ 10 เรื่อง “ความหมายของลำดับอนุกรมเรขาคณิต” แต่ไม่ถูกต้องสมบูรณ์
<b>ด้านสมรรถนะสำคัญของผู้เรียน</b> 1. ใช้ความสามารถในการสื่อสารในการนำเสนอความหมายของอนุกรมเรขาคณิตได้	นำเสนอหรือเขียนเอกสารแนะแนวทางที่ 10 เรื่อง “ความหมายของลำดับอนุกรมเรขาคณิต” ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 3 ข้อ	นำเสนอหรือเขียนเอกสารแนะแนวทางที่ 10 เรื่อง “ความหมายของลำดับอนุกรมเรขาคณิต” ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 2 ข้อ	นำเสนอหรือเขียนเอกสารแนะแนวทางที่ 10 เรื่อง “ความหมายของลำดับอนุกรมเรขาคณิต” ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 1 ข้อ	มีร่องรอยของความพยายามนำเสนอหรือเขียนเอกสารแนะแนวทางที่ 10 เรื่อง “ความหมายของลำดับอนุกรมเรขาคณิต” แต่ไม่ถูกต้องสมบูรณ์

\*\*\* ถ้าผลการประเมินในรายการใดไม่ถึงเกณฑ์ระดับ 1 ให้กำหนดเป็น 0

การแปลความหมาย

ระดับ 4 หมายถึง มีระดับคุณภาพดีมาก

ระดับ 3 หมายถึง มีระดับคุณภาพดี

ระดับ 2 หมายถึง มีระดับคุณภาพพอใช้

ระดับ 1 หมายถึง มีระดับคุณภาพปรับปรุง

**เกณฑ์การประเมินผลใบงานที่ 8 “ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต”**

ประเด็นการประเมิน	ระดับคุณภาพ			
	4	3	2	1
<b>ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์</b> 1. ใช้การแก้ปัญหาจากปัญหาโจทย์ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิตได้	สามารถทำใบงานที่ 8 “ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต” ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 5 ข้อ	สามารถทำใบงานที่ 8 “ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต” ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 3 - 4 ข้อ	สามารถทำใบงานที่ 8 “ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต” ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 1 - 2 ข้อ	มีร่องรอยของความพยายามในการทำใบงานที่ 8 “ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต”แต่ไม่ถูกต้องสมบูรณ์
<b>ด้านสมรรถนะสำคัญของผู้เรียน</b> 1. ใช้ความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิตได้	สามารถทำใบงานที่ 8 “ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต” ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 5 ข้อ	สามารถทำใบงานที่ 8 “ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต” ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 3 - 4 ข้อ	สามารถทำใบงานที่ 8 “ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต” ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 1 - 2 ข้อ	มีร่องรอยของความพยายามในการทำใบงานที่ 8 “ผลบวก n พจน์แรกของอนุกรมเรขาคณิต”แต่ไม่ถูกต้องสมบูรณ์

\*\*\* ถ้าผลการประเมินในรายการใดไม่ถึงเกณฑ์ระดับ 1 ให้กำหนดเป็น 0

การแปลความหมาย

ระดับ 4 หมายถึง มีระดับคุณภาพดีมาก

ระดับ 3 หมายถึง มีระดับคุณภาพดี

ระดับ 2 หมายถึง มีระดับคุณภาพพอใช้

ระดับ 1 หมายถึง มีระดับคุณภาพปรับปรุง



**เกณฑ์การประเมินผลทำใบงานที่ 9 “การนำอนุกรมเรขาคณิตไปใช้”**

ประเด็นการประเมิน	ระดับคุณภาพ			
	4	3	2	1
<b>ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์</b> 1. ใช้การเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์กับปัญหาโจทย์หรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ โดยใช้อนุกรมเรขาคณิตได้	สามารถทำใบงานที่ 9 “การนำอนุกรมเรขาคณิตไปใช้” โดยเชื่อมความรู้ทางคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ที่กำหนดให้ ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 4 ข้อ	สามารถทำใบงานที่ 9 “การนำอนุกรมเรขาคณิตไปใช้” โดยเชื่อมความรู้ทางคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ที่กำหนดให้ ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 3 ข้อ	สามารถทำใบงานที่ 9 “การนำอนุกรมเรขาคณิตไปใช้” โดยเชื่อมความรู้ทางคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ที่กำหนดให้ ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 1-2 ข้อ	มีร่องรอยของความพยายามในการใบงานที่ 9 “การนำอนุกรมเรขาคณิตไปใช้” โดยเชื่อมความรู้ทางคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ที่กำหนดให้ แต่ไม่ถูกต้องสมบูรณ์
2. ใช้การคิดสร้างสรรค์เพื่อแก้ปัญหาโจทย์หรือสถานการณ์ที่กำหนดให้โดยใช้อนุกรมเรขาคณิตได้	สามารถใช้ความคิดสร้างสรรค์ในการทำใบงานที่ 9 “การนำอนุกรมเรขาคณิตไปใช้” ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 4 ข้อ	สามารถใช้ความคิดสร้างสรรค์ในการทำใบงานที่ 9 “การนำอนุกรมเรขาคณิตไปใช้” ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 3 ข้อ	สามารถใช้ความคิดสร้างสรรค์ในการทำใบงานที่ 9 “การนำอนุกรมเรขาคณิตไปใช้” ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 1 - 2 ข้อ	มีร่องรอยของความพยายามในการใช้ความคิดสร้างสรรค์ในการทำใบงานที่ 9 “การนำอนุกรมเรขาคณิตไปใช้” แต่ไม่ถูกต้องสมบูรณ์
3. ใช้การสื่อสารและสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ในการนำเสนอการแก้ปัญหาจากปัญหาโจทย์หรือสถานการณ์ที่กำหนดให้ โดยใช้อนุกรมเรขาคณิตได้	สามารถทำใบงานที่ 9 “การนำอนุกรมเรขาคณิตไปใช้” เขียนเครื่องหมายทางคณิตศาสตร์ ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 4 ข้อ	สามารถทำใบงานที่ 9 “การนำอนุกรมเรขาคณิตไปใช้” เขียนเครื่องหมายทางคณิตศาสตร์ ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 3 ข้อ	สามารถทำใบงานที่ 9 “การนำอนุกรมเรขาคณิตไปใช้” เขียนเครื่องหมายทางคณิตศาสตร์ ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 1-2 ข้อ	มีร่องรอยของความพยายามในการทำใบงานที่ 9 “การนำอนุกรมเรขาคณิตไปใช้” เขียนเครื่องหมายทางคณิตศาสตร์ แต่ไม่ถูกต้องสมบูรณ์
<b>ด้านสมรรถนะสำคัญของผู้เรียน</b> 1. ใช้ความสามารถในการคิดเพื่อแก้ปัญหาโจทย์หรือสถานการณ์ที่	สามารถทำใบงานที่ 9 “การนำอนุกรมเรขาคณิตไปใช้” ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 4 ข้อ	สามารถทำใบงานที่ 9 “การนำอนุกรมเรขาคณิตไปใช้” ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 3 ข้อ	สามารถทำใบงานที่ 9 “การนำอนุกรมเรขาคณิตไปใช้” ได้อย่างถูกต้องสมบูรณ์ 1- 2 ข้อ	มีร่องรอยของความพยายามในการทำใบงานที่ 9 “การนำอนุกรมเรขาคณิตไปใช้” แต่ไม่ถูกต้องสมบูรณ์

ประเด็นการประเมิน	ระดับคุณภาพ			
	4	3	2	1
กำหนดให้โดยใช้อุณหภูมิ เรขาคณิตได้				

\*\*\* ถ้าผลการประเมินในรายการใดไม่ถึงเกณฑ์ระดับ 1 ให้กำหนดเป็น 0

การแปลความหมาย

ระดับ 4 หมายถึง มีระดับคุณภาพดีมาก

ระดับ 3 หมายถึง มีระดับคุณภาพดี

ระดับ 2 หมายถึง มีระดับคุณภาพพอใช้

ระดับ 1 หมายถึง มีระดับคุณภาพปรับปรุง

### เกณฑ์การประเมินผลด้านด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

ประเด็นการประเมิน	ระดับคุณภาพ			
	4	3	2	1
1. ซื่อสัตย์สุจริต	ทำแบบทดสอบเก็บคะแนนหลังเรียนครั้งที่ 6 โดยไม่คัดลอกจากผู้อื่น และปฏิบัติตามข้อตกลงที่กำหนดให้	ทำแบบทดสอบเก็บคะแนนหลังเรียนครั้งที่ 6 โดยไม่คัดลอกจากผู้อื่น เป็นส่วนใหญ่ และปฏิบัติตามข้อตกลงที่กำหนดให้เป็นส่วนใหญ่	ทำแบบทดสอบเก็บคะแนนหลังเรียนครั้งที่ 6 โดยคัดลอกจากผู้อื่น เป็นส่วนใหญ่และปฏิบัติตามข้อตกลงที่กำหนดให้ร่วมกัน เป็นบางครั้งและต้องอาศัยการแนะนำหรือตักเตือน	ทำแบบทดสอบเก็บคะแนนหลังเรียนครั้งที่ 6 โดยคัดลอกจากผู้อื่น เป็นส่วนใหญ่และปฏิบัติตามข้อตกลงที่กำหนดให้ร่วมกัน เป็นบางครั้งและต้องอาศัยการแนะนำหรือตักเตือน
2. มีวินัย	แต่งกายเรียบร้อย	แต่งกายเรียบร้อย โดยส่วนใหญ่	แต่งกายเรียบร้อย บางส่วนแก้ไขเมื่อได้รับการตักเตือน	แต่งกายเรียบร้อย บางส่วนไม่แก้ไข เมื่อได้รับการตักเตือน
3. ใฝ่เรียนรู้	การเข้าเรียนตรงเวลา	การเข้าเรียนสายไม่เกิน 5 นาที	การเข้าเรียนสายเกิน 5 นาทีแต่ไม่เกิน 15 นาที	การเข้าเรียนสายเกิน 15 นาที
4. มุ่งมั่นในการทำงาน	ทำแบบฝึกหัดที่ 6 “อนุกรมเรขาคณิต” ครบทุกข้อและถูกต้องสมบูรณ์	ทำแบบฝึกหัดที่ 6 “อนุกรมเรขาคณิต” ครบทุกข้อและถูกต้องเป็นส่วนใหญ่	ทำแบบฝึกหัดที่ 6 “อนุกรมเรขาคณิต” ครบทุกข้อและถูกต้องเป็นบางส่วน	ไม่ทำแบบฝึกหัดที่ 6 “อนุกรมเรขาคณิต” ครบทุกข้อหรือไม่ครบแต่ไม่ถูกต้อง

\*\*\* ถ้าผลการประเมินในรายการใดไม่ถึงเกณฑ์ระดับ 1 ให้กำหนดเป็น 0

การแปลความหมาย

ระดับ 4 หมายถึง มีระดับคุณภาพดีเยี่ยม

ระดับ 3 หมายถึง มีระดับคุณภาพดี

ระดับ 2 หมายถึง มีระดับคุณภาพผ่าน

ระดับ 1 หมายถึง มีระดับคุณภาพไม่ผ่าน

### เกณฑ์การประเมินผลด้านสมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

ประเด็นการประเมิน	ระดับคุณภาพ			
	4	3	2	1
สามารถใช้ทักษะชีวิตในการทำกิจกรรมกลุ่มในชั้นเรียนได้	มีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมกลุ่มในชั้นเรียน แสดงความคิดเห็นภายในกลุ่ม ช่วยเหลือสมาชิกในกลุ่มทุกครั้ง	มีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมกลุ่มในชั้นเรียน แสดงความคิดเห็นภายในกลุ่ม ช่วยเหลือสมาชิกเป็นส่วนใหญ่	มีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมกลุ่มในชั้นเรียน แสดงความคิดเห็นภายในกลุ่ม ช่วยเหลือสมาชิกในกลุ่มบางครั้งแก้ไขเมื่อได้คำแนะนำ	มีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมกลุ่มในชั้นเรียน แสดงความคิดเห็นภายในกลุ่ม ช่วยเหลือสมาชิกในกลุ่มบางครั้งไม่แก้ไขเมื่อได้คำแนะนำ

\*\*\* ถ้าผลการประเมินในรายการใดไม่ถึงเกณฑ์ระดับ 1 ให้กำหนดเป็น 0

การแปลความหมาย

ระดับ 4 หมายถึง มีระดับคุณภาพดีมาก

ระดับ 3 หมายถึง มีระดับคุณภาพดี

ระดับ 2 หมายถึง มีระดับคุณภาพพอใช้

ระดับ 1 หมายถึง มีระดับคุณภาพปรับปรุง

### การแปลผลการประเมินคุณภาพเป็นคะแนน

คุณภาพ(x)	คะแนนเต็ม 5 คะแนน
$3.2 < x \leq 4$	5
$2.4 < x \leq 3.2$	4
$1.6 < x \leq 2.4$	3
$0.8 < x \leq 1.6$	2
$0 < x \leq 0.8$	1
0	0

## แบบประเมินผลด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

[illegible]

## แบบประเมินผลด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์

[illegible]







### บรรณานุกรม

- กระทรวงศึกษาธิการ. 2560. **ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์(ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551**. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด.
- ปารณีย์ ภิบาลจอมมี. 2558. “การพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความสามารถในการแก้ปัญหาเรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยใช้การจัดการเรียนรู้แบบอุปนัยร่วมกับแบบกลุ่มร่วมมือ.” ปรินญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาหลักสูตรและการสอน, มหาวิทยาลัยราชภัฏมหาสารคาม.
- พิชิต ฤทธิ์จรรยา. 2557. **หลักการวัดและประเมินผลการศึกษา**. พิมพ์ครั้งที่ 9. กรุงเทพฯ : เอ้าส์ออฟเคอร์มิสท์.
- มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลสุวรรณภูมิ. 2553. **คู่มือการจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็นสำคัญ**. พระนครศรีอยุธยา : สำนักส่งเสริมงานวิชาการและทะเบียน มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลสุวรรณภูมิ.
- ยุทธคม ภมรสุพรวิจิต. (ม.ป.ป.). **แบบฝึกหัด รายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.5**. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ : บริษัท อักษรเจริญทัศน์ อจท. จำกัด.
- ศศิเกษม สัทธิธรรมสกุลและเอกสิทธิ์ เกิดกฤษฏานนท์. (ม.ป.ป.). **คู่มือเตรียมสอบ ASORN พิชิต O-NET คณิตศาสตร์ ม.6**. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ : บริษัท อักษรเจริญทัศน์ อจท. จำกัด.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2555. **การวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์**.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2559. **หนังสือเรียน รายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-5 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551**. พิมพ์ครั้งที่ 9. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2562. **หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5**. พิมพ์ครั้งที่ 2 .กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สมนึก ภัททิยธานี. 2553. **การวัดผลการศึกษา**. พิมพ์ครั้งที่ 5. กทม. : ประสานการพิมพ์.
- อนุวัติ คุณแก้ว. 2558. **การวัดผลและประเมินผลการศึกษาแนวใหม่**. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.