



แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค32201

ภาคเรียนที่ 1

หน่วยการเรียนรู้เรื่อง ฟังก์ชันตรีโกณมิติ

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

สาระการเรียนรู้ ทดสอบระหว่างเรียนครั้งที่ 1

เวลา 1 ชั่วโมง

1. ผลการเรียนรู้

-

2. สาระการเรียนรู้

ทดสอบระหว่างเรียนครั้งที่ 1

3. สาระสำคัญ/ความคิดรวบยอด

ทดสอบระหว่างเรียนครั้งที่ 1 เรื่อง ฟังก์ชันตรีโกณมิติ 1 (อัตราส่วนตรีโกณมิติ ฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ของจำนวนจริงบางจำนวน ฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ของจำนวนจริงใด ๆ ฟังก์ชันตรีโกณมิติอื่น ๆ และฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุม)

4. จุดประสงค์การเรียนรู้

4.1 ด้านความรู้ นักเรียนสามารถ

4.1.1 หาค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติ เมื่อกำหนดความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากให้ได้

4.1.2 บอกตำแหน่งของจุดปลายส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย เมื่อกำหนดจำนวนจริง θ ให้ได้

4.1.3 หาค่าของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ของจำนวนจริงบางจำนวนได้

4.1.4 เขียนฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ของจำนวนจริงใด ๆ ในรูปของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ของจำนวนจริงที่อยู่ในช่วง $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ ได้

4.1.5 หาค่าของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ของจำนวนจริงใด ๆ ได้

4.1.6 หาค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติทุกฟังก์ชันของจำนวนจริงใด ๆ ได้

4.17 เปลี่ยนขนาดของมุมที่มีหน่วยเป็นเรเดียนเป็นมุมที่มีหน่วยเป็นองศาหรือมุมที่มีหน่วยเป็นองศาเป็นมุมที่มีหน่วยเป็นเรเดียนได้

4.1.8 หาค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุมที่กำหนดให้ได้

4.2 ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถ

-

4.3 ด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์ นักเรียนเป็นผู้ที่

-

4.4 ด้านสมรรถนะสำคัญของนักเรียน นักเรียนเป็นผู้ที่

-

5. เนื้อหา/สาระ

การทดสอบระหว่างเรียนครั้งที่ 1 เรื่อง ฟังก์ชันตรีโกณมิติ 1 ความรู้ที่ประเมินประกอบด้วย อัตราส่วนตรีโกณมิติ ฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ของจำนวนจริงบางจำนวน ฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ของจำนวนจริงใด ๆ ฟังก์ชันตรีโกณมิติอื่น ๆ และฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุม

6. การวัดและการประเมินผล

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การผ่าน
ด้านความรู้ 1) หาค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติเมื่อกำหนดความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากให้ได้ 2) บอกตำแหน่งของจุดปลายส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วยเมื่อกำหนดจำนวนจริง θ ให้ได้ 3) หาค่าของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ของจำนวนจริงบางจำนวนได้	ตรวจแบบทดสอบระหว่างเรียนครั้งที่ 1 เรื่อง ฟังก์ชันตรีโกณมิติ 1	แบบทดสอบระหว่างเรียนครั้งที่ 1 เรื่อง ฟังก์ชันตรีโกณมิติ 1	นักเรียนมีคะแนนสอบร้อยละ 60 ขึ้นไป

จุดประสงค์การเรียนรู้	วิธีการ	เครื่องมือ	เกณฑ์การผ่าน
4) เขียนฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ของจำนวนจริงใด ๆ ในรูปของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ของจำนวนจริงที่อยู่ในช่วง $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ ได้			
5) หาค่าของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ของจำนวนจริงใด ๆ ได้			
6) หาค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติทุกฟังก์ชันของจำนวนจริงใด ๆ ได้			
7) เปลี่ยนขนาดของมุมที่มีหน่วยเป็นเรเดียนเป็นมุมที่มีหน่วยเป็นองศาหรือมุมที่มีหน่วยเป็นองศาเป็นมุมที่มีหน่วยเป็นเรเดียนได้			
8) หาค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุมที่กำหนดให้ได้			
ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ -	-	-	-
ด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์ -	-	-	-
ด้านสมรรถนะสำคัญของผู้เรียน -	-	-	-

7. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้

7.1 ครูใช้การสนทนาทักทายนักเรียนเกี่ยวกับความรู้เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ของจำนวนจริงบางจำนวน ฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ของจำนวนจริงใด ๆ ฟังก์ชันตรีโกณมิติอื่น ๆ และฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุม ที่นักเรียนเรียนผ่านมาแล้ว โดยใช้สื่อโปรแกรม The Geometer's Sketchpad เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ของจำนวนจริงบางจำนวน ฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ของจำนวนจริงใด ๆ ฟังก์ชันตรีโกณมิติอื่น ๆ และฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุม ทบทวนโดยการสนทนาถามตอบใช้เวลาประมาณ 10 – 15 นาที

7.2 ครูแจกแบบทดสอบแบบทดสอบระหว่างเรียนครั้งที่ 1 เรื่อง ฟังก์ชันตรีโกณมิติ 1 ให้นักเรียนทำแบบทดสอบ ด้วยความตั้งใจ

7.3 ครูซักถามนักเรียนหลังทำแบบทดสอบระหว่างเรียนครั้งที่ 1 เรื่อง ฟังก์ชันตรีโกณมิติ 1 เช่น

- นักเรียนสามารถทำแบบทดสอบระหว่างเรียนครั้งที่ 1 เรื่อง ฟังก์ชันตรีโกณมิติ 1 ได้ตามจุดประสงค์การเรียนรู้ที่กำหนดให้ได้ไหม

- นักเรียนได้ทบทวนหรืออ่านหนังสือก็ทำแบบทดสอบระหว่างเรียนครั้งที่ 1 เรื่อง ฟังก์ชันตรีโกณมิติ 1 หรือไม่

8. สื่อ/แหล่งการเรียนรู้

สื่อเอกสาร	สื่อวัสดุ/สื่อเทคโนโลยี	แหล่งการเรียนรู้	สื่ออื่น ๆ
แบบทดสอบระหว่างเรียนครั้งที่ 1 เรื่อง ฟังก์ชันตรีโกณมิติ 1	-	-	-

9. บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

9.1 สรุปผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

จุดประสงค์การเรียนรู้	นักเรียนที่ผ่าน		นักเรียนที่ไม่ผ่าน	
	จำนวน (คน)	ร้อยละ	จำนวน (คน)	ร้อยละ
ด้านความรู้ - ประเมินความรู้แบบทดสอบระหว่างเรียนครั้งที่ 1 เรื่อง ฟังก์ชันตรีโกณมิติ 1 ทั้งฉบับ ตามเกณฑ์ร้อยละ 60				
ด้านคุณลักษณะที่พึงประสงค์ -				
ด้านสมรรถนะสำคัญของนักเรียน -				

9.2 ปัญหา/อุปสรรค

.....

.....

.....

9.3 แนวทางแก้ไข

.....

.....

.....

ลงชื่อ.....ผู้สอน

(นายอนิรุทธิ์ ลิพอนพล)

ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะครูชำนาญการพิเศษ

10 . ความคิดเห็นของฝ่ายบริหาร

10.1 ความคิดเห็นของหัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นางสาวสุชาดา อินนุรักษ์)

ตำแหน่ง ครู

ปฏิบัติหน้าที่ หัวหน้ากลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

10.2 ความคิดเห็นของหัวหน้ากลุ่มบริหารงานวิชาการ

.....

.....

ลงชื่อ.....

(นางศศิมา ทิพย์สวัสดิ์)

ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะครูชำนาญการพิเศษ

ปฏิบัติหน้าที่ หัวหน้ากลุ่มบริหารงานวิชาการ

10.3 ความคิดเห็นของรองผู้อำนวยการกลุ่มบริหารงานวิชาการ

.....
.....

ลงชื่อ.....

(นายเจษฎา ศรีวิเศษ)

รองผู้อำนวยการกลุ่มบริหารงานวิชาการ

10.4 ความคิดเห็นของผู้อำนวยการโรงเรียนทับปุดวิทยา

.....
.....

ลงชื่อ.....

(นายดลยวัฒน์ สันติพิทักษ์)

ผู้อำนวยการโรงเรียนทับปุดวิทยา



แบบทดสอบระหว่างเรียนครั้งที่ 1 เรื่อง ฟังก์ชันตรีโกณมิติ 1

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม รหัสวิชา ค32201 ภาคเรียนที่ 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

คำชี้แจง

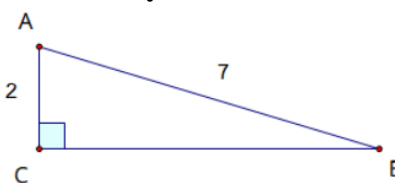
- 1) ข้อสอบฉบับนี้เป็นข้อสอบแบบเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 10 ข้อ ข้อละ 1 คะแนน ใช้เวลาทำข้อสอบ 40 นาที
- 2) ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียวแล้วทำเครื่องหมาย (X) ลงในกระดาษคำตอบ
- 3) ให้นักเรียนเขียนชื่อในกระดาษทดแล้วส่งพร้อมกับกระดาษคำตอบ
- 4) ใช้เครื่องคำนวณในขณะทำแบบทดสอบได้ก็ได้รับอนุญาต

ผลการเรียนรู้

เข้าใจฟังก์ชันตรีโกณมิติและลักษณะกราฟของฟังก์ชันตรีโกณมิติและนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

จุดประสงค์การเรียนรู้ หาค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติ เมื่อกำหนดความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากให้ได้

1. กำหนดรูปสามเหลี่ยม ABC ดังรูป

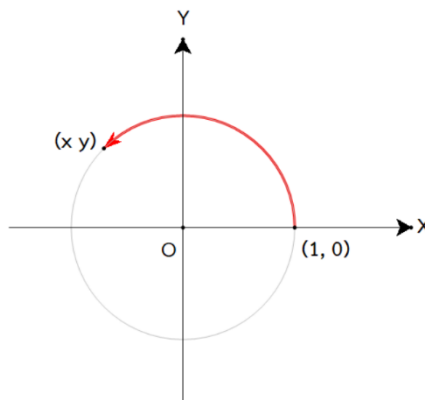


ข้อใดไม่ถูกต้อง

- | | |
|---|--|
| 1) $\tan A = \frac{3\sqrt{5}}{2}$ | 2) $\cos B + \sin A = \frac{6\sqrt{5}}{7}$ |
| 3) $\cos^2 B + \sin^2 A = \frac{90}{7}$ | 4) $\frac{\cos B}{\sin A} = 1$ |

จุดประสงค์การเรียนรู้ บอกตำแหน่งของจุดปลายส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย
เมื่อกำหนดจำนวนจริง θ ให้ได้

2. กำหนดจุดปลายส่วนโค้งของวงกลมหนึ่งหน่วย ดังรูป



ข้อใดกล่าวไม่ถูกต้อง

- 1) จุดปลายส่วนโค้งของวงกลมอยู่ตำแหน่งเดียวกับจุดปลายส่วนโค้ง

เมื่อกำหนดจำนวนจริง $\theta = -\frac{5\pi}{4}$

- 2) จุดปลายส่วนโค้งของวงกลมอยู่ตำแหน่งเดียวกับจุดปลายส่วนโค้ง

เมื่อกำหนดจำนวนจริง $\theta = \frac{11\pi}{4}$

- 3) จุดปลายส่วนโค้งของวงกลมอยู่ในจุดภาคเดียวจุดปลายส่วนโค้ง

เมื่อกำหนดจำนวนจริง $\theta = -\frac{2\pi}{3}$

- 4) จุดปลายส่วนโค้งของวงกลมอยู่ในจุดภาคเดียวจุดปลายส่วนโค้ง

เมื่อกำหนดจำนวนจริง $\theta = -\frac{4\pi}{3}$

จุดประสงค์การเรียนรู้ หาค่าของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ของจำนวนจริงบางจำนวนได้

3. ข้อใดถูกต้อง

1) $\frac{\sin \frac{\pi}{2} + \cos \frac{\pi}{2}}{1 - \sin \pi \cos \pi} = 0$

2) $\frac{\sin \frac{3\pi}{2} - \cos \frac{\pi}{2}}{\cos 2\pi + \cos \frac{3\pi}{2}} = -1$

3) $\frac{\cos \pi - \sin 2\pi}{\sin \frac{\pi}{2} - \sin \frac{3\pi}{2}} = -1$

4) $\frac{\cos \frac{3\pi}{2} - \sin \pi}{\cos 2\pi - \sin \frac{\pi}{2}} = 0$

จุดประสงค์การเรียนรู้ เขียนฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ของจำนวนจริงใด ๆ ในรูปของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ของจำนวนจริงที่อยู่ในช่วง $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ ได้

4. พิจารณา

$$A = \sin \frac{25\pi}{3} \cos \left(-\frac{31\pi}{3}\right) = -\sin \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{3}$$

$$B = \sin \frac{5\pi}{6} \cos \frac{2\pi}{3} = -\sin \frac{\pi}{6} \cos \frac{\pi}{3}$$

ข้อใดกล่าวถูกต้อง

- | | |
|--------------------------|--------------------------|
| 1) A และ B ถูกทั้ง 2 ข้อ | 2) A ถูก แต่ B ผิด |
| 3) A ผิด แต่ B ถูก | 4) A และ B ผิดทั้ง 2 ข้อ |

จุดประสงค์การเรียนรู้ หาค่าของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ของจำนวนจริงใด ๆ ได้

5. กำหนดให้ $A = \sin \frac{4\pi}{3}$, $B = \sin \left(-\frac{7\pi}{6}\right)$, $C = \cos \frac{11\pi}{6}$ และ $D = \sin \left(-\frac{7\pi}{4}\right)$

ข้อใดถูกต้อง

- | | |
|--------------------|--------------------|
| 1) $A < B < D < C$ | 2) $A < D < B < C$ |
| 3) $B < A < C < D$ | 4) $B < A < D < C$ |

จุดประสงค์การเรียนรู้ หาค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติทุกฟังก์ชันของจำนวนจริงใด ๆ ได้

6. ค่าของ $\sin \frac{7\pi}{6} + \tan \frac{4\pi}{3} - \cos \frac{3\pi}{4} \sin \frac{4\pi}{3}$ เท่ากับข้อใด

- | | |
|-------------------------------------|--------------------------------------|
| 1) $\frac{2\sqrt{3}+\sqrt{6}-1}{2}$ | 2) $\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{6}-1}{2}$ |
| 3) $\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{6}+1}{2}$ | 4) $\frac{-2\sqrt{3}-\sqrt{6}-1}{2}$ |

7. ค่าของ $\cos \left(-\frac{4\pi}{3}\right) - \sin \frac{5\pi}{3} + \tan \frac{9\pi}{4} + \cos \frac{5\pi}{6} + \sec \frac{7\pi}{6}$ เท่ากับข้อใด

- | | |
|----------------------------|-----------------------------|
| 1) $\frac{3+4\sqrt{3}}{6}$ | 2) $\frac{-3-4\sqrt{3}}{6}$ |
| 3) $\frac{3-4\sqrt{3}}{6}$ | 4) $\frac{-3+4\sqrt{3}}{6}$ |

เฉลยแบบทดสอบระหว่างเรียนครั้งที่ 1 เรื่อง ฟังก์ชันตรีโกณมิติ 1

1. ตอบ ข้อ 3)

จากรูปสามเหลี่ยม ABC จะได้

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$

$$7^2 = 2^2 + BC^2$$

$$BC^2 = 49 - 4 = 45$$

นั่นคือ $BC = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

จะได้

ข้อ 1) $\tan A = \frac{BC}{AC} = \frac{3\sqrt{5}}{2}$

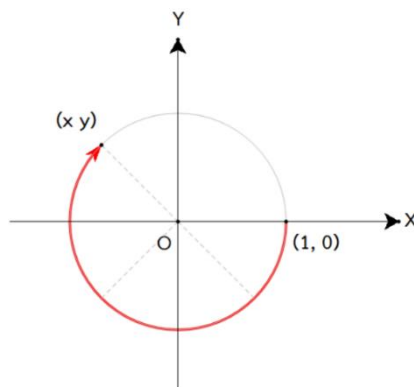
ข้อ 2) $\cos B + \sin A = \frac{BC}{AB} + \frac{BC}{AB}$
 $= \frac{3\sqrt{5}}{7} + \frac{3\sqrt{5}}{7} = \frac{6\sqrt{5}}{7}$

ข้อ 3) $\cos^2 B + \sin^2 A = \left(\frac{3\sqrt{5}}{7}\right)^2 + \left(\frac{3\sqrt{5}}{7}\right)^2$
 $= \frac{45}{49} + \frac{45}{49}$
 $= \frac{90}{49}$

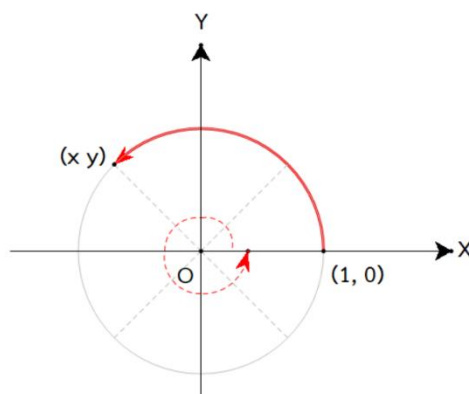
ข้อ 4) $\frac{\cos B}{\sin A} = \frac{\frac{3\sqrt{5}}{7}}{\frac{3\sqrt{5}}{7}} = 1$

2. ตอบ ข้อ 3)

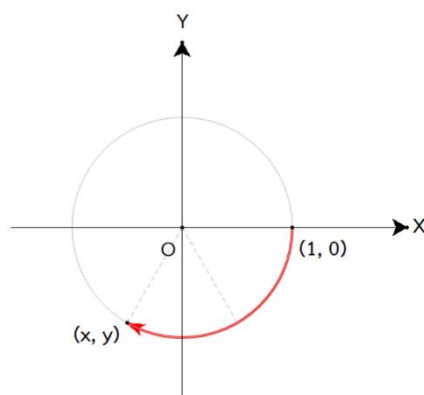
1) ตำแหน่งของจุดปลายส่วนโค้งของวงกลม เมื่อกำหนดจำนวนจริง $\theta = -\frac{5\pi}{4}$ ดังรูป



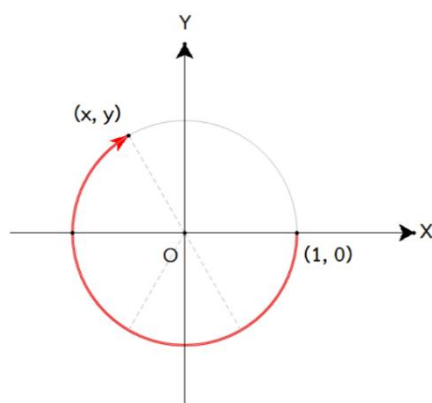
- 2) ตำแหน่งของจุดปลายส่วนโค้งของวงกลม เมื่อกำหนดจำนวนจริง $\theta = \frac{11\pi}{4}$ ดังรูป



- 3) ตำแหน่งของจุดปลายส่วนโค้งของวงกลม เมื่อกำหนดจำนวนจริง $\theta = -\frac{2\pi}{3}$ อยู่ในจตุภาคที่ 3 ดังรูป



- 4) ตำแหน่งของจุดปลายส่วนโค้งของวงกลม เมื่อกำหนดจำนวนจริง $\theta = -\frac{4\pi}{3}$ อยู่ในจตุภาคที่ 2 ดังรูป



3. ตอบ ข้อ 2)

1) จากโจทย์ หาค่า $\sin \frac{\pi}{2} = 1$, $\cos \frac{\pi}{2} = 0$, $\sin \pi = 0$ และ $\cos \pi = -1$

$$\text{จะได้ } \frac{\sin \frac{\pi}{2} + \cos \frac{\pi}{2}}{1 - \sin \pi \cos \pi} = \frac{1 + 0}{1 - (0)(-1)} = \frac{1}{1} = 1$$

2) จากโจทย์ หาค่า $\sin \frac{3\pi}{2} = -1$, $\cos \frac{\pi}{2} = 0$, $\cos 2\pi = 1$ และ $\cos \frac{3\pi}{2} = 0$

$$\text{จะได้ } \frac{\sin \frac{3\pi}{2} - \cos \frac{\pi}{2}}{\cos 2\pi + \cos \frac{3\pi}{2}} = \frac{-1 - 0}{1 + 0} = \frac{-1}{1} = -1$$

3) จากโจทย์ หาค่า $\cos \pi = -1$, $\sin 2\pi = 0$, $\sin \frac{\pi}{2} = 1$ และ $\sin \frac{3\pi}{2} = -1$

$$\text{จะได้ } \frac{\cos \pi - \sin 2\pi}{\sin \frac{\pi}{2} - \sin \frac{3\pi}{2}} = \frac{-1 - 0}{1 - (-1)} = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$$

4) จากโจทย์ หาค่า $\cos \frac{3\pi}{2} = 0$, $\sin \pi = 0$, $\cos 2\pi = 1$ และ $\sin \frac{\pi}{2} = 1$

$$\text{จะได้ } \frac{\cos \frac{3\pi}{2} - \sin \pi}{\cos 2\pi - \sin \frac{\pi}{2}} = \frac{0 - 0}{1 - 1} = \frac{0}{0} \text{ ไม่นิยาม}$$

4. ตอบ ข้อ 3)

พิจารณา ข้อ A

$$\text{จาก } \sin \frac{25\pi}{3} = \sin(8\pi + \frac{\pi}{3})$$

$$= \sin(2(4)\pi + \frac{\pi}{3}) = \sin \frac{\pi}{3}$$

$$\text{และ } \cos(-\frac{31\pi}{3}) = \cos \frac{31\pi}{3}$$

$$= \cos(10\pi + \frac{\pi}{3})$$

$$= \cos(2(5)\pi + \frac{\pi}{3}) = \cos \frac{\pi}{3}$$

$$\text{นั่นคือ } A = \sin \frac{25\pi}{3} \cos(-\frac{31\pi}{3}) = \sin \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{3} \text{ แสดงว่า ข้อ A กล่าวผิด}$$

พิจารณา ข้อ B

$$\text{จาก } \sin \frac{5\pi}{6} = \sin(\pi - \frac{\pi}{6}) = \sin \frac{\pi}{6}$$

$$\text{และ } \cos \frac{2\pi}{3} = \cos(\pi - \frac{\pi}{3}) = -\cos \frac{\pi}{3}$$

$$\text{นั่นคือ } B = \sin \frac{5\pi}{6} \cos \frac{2\pi}{3} = -\sin \frac{\pi}{6} \cos \frac{\pi}{3} \text{ แสดงว่า ข้อ B กล่าวถูกต้อง}$$

5. ตอบ ข้อ 1)

จากโจทย์จะได้

$$A = \sin \frac{4\pi}{3} = \sin(\pi + \frac{\pi}{3}) = -\sin \frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$B = \sin(-\frac{7\pi}{6}) = -\sin \frac{7\pi}{6} = -\sin(\pi + \frac{\pi}{6}) = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$$

$$C = \cos \frac{11\pi}{6} = \cos(2\pi - \frac{\pi}{6}) = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ และ}$$

$$D = \sin(-\frac{7\pi}{4}) = -\sin \frac{7\pi}{4} = -\sin(2\pi - \frac{\pi}{4}) = \sin \frac{\pi}{4} \\ = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

6. ตอบ ข้อ 2)

จากโจทย์หาค่า

$$\sin \frac{7\pi}{6} = \sin(\pi + \frac{\pi}{6}) = -\sin \frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2}$$

$$\tan \frac{4\pi}{3} = \frac{\sin \frac{4\pi}{3}}{\cos \frac{4\pi}{3}} = \frac{\sin(\pi + \frac{\pi}{3})}{\cos(\pi + \frac{\pi}{3})} = \frac{-\sin \frac{\pi}{3}}{-\cos \frac{\pi}{3}} \\ = \frac{-\frac{\sqrt{3}}{2}}{-\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$$

$$\cos \frac{3\pi}{4} = \cos(\pi - \frac{\pi}{4}) = -\cos \frac{\pi}{4} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\sin \frac{4\pi}{3} = \sin(\pi + \frac{\pi}{3}) = -\sin \frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{ดังนั้น } \sin \frac{7\pi}{6} + \tan \frac{4\pi}{3} - \cos \frac{3\pi}{4} \sin \frac{4\pi}{3} \\ = -\frac{1}{2} + \sqrt{3} - (-\frac{1}{\sqrt{2}})(-\frac{\sqrt{3}}{2})$$

$$\begin{aligned}
 &= -\frac{1}{2} + \sqrt{3} - \frac{\sqrt{6}}{2} \\
 &= \frac{2\sqrt{3} - \sqrt{6} - 1}{2}
 \end{aligned}$$

7. ตอบ ข้อ 3)

จากโจทย์หาค่า

$$\cos\left(-\frac{4\pi}{3}\right) = \cos\frac{4\pi}{3} = \cos\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) = -\cos\frac{\pi}{3} = -\frac{1}{2}$$

$$\sin\frac{5\pi}{3} = \sin\left(2\pi - \frac{\pi}{3}\right) = -\sin\frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan\frac{9\pi}{4} = \frac{\sin\frac{9\pi}{4}}{\cos\frac{9\pi}{4}} = \frac{\sin\left(2\pi + \frac{\pi}{4}\right)}{\cos\left(2\pi + \frac{\pi}{4}\right)} = \frac{\sin\frac{\pi}{4}}{\cos\frac{\pi}{4}} = 1$$

$$\cos\frac{5\pi}{6} = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) = -\cos\frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sec\frac{7\pi}{6} = \frac{1}{\cos\frac{7\pi}{6}} = \frac{1}{\cos\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right)} = \frac{1}{-\cos\frac{\pi}{6}} = -\frac{2}{\sqrt{3}}$$

แทนค่าในโจทย์จะได้ว่า

$$\begin{aligned}
 &\cos\left(-\frac{4\pi}{3}\right) - \sin\frac{5\pi}{3} + \tan\frac{9\pi}{4} + \cos\frac{5\pi}{6} + \sec\frac{7\pi}{6} \\
 &= \left(-\frac{1}{2}\right) - \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + 1 + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \left(-\frac{2}{\sqrt{3}}\right) \\
 &= \frac{1}{2} - \frac{2}{\sqrt{3}} \\
 &= \frac{\sqrt{3}-4}{2\sqrt{3}} \\
 &= \frac{3-4\sqrt{3}}{6}
 \end{aligned}$$

ดังนั้น $\cos\left(-\frac{4\pi}{3}\right) - \sin\frac{5\pi}{3} + \tan\frac{9\pi}{4} + \cos\frac{5\pi}{6} + \sec\frac{7\pi}{6}$ เท่ากับ $\frac{3-4\sqrt{3}}{6}$

8. ตอบ ข้อ 1)

เนื่องจาก π เรเดียน เท่ากับ 180 องศา

จะได้ $\frac{7\pi}{8}$ เรเดียน เท่ากับ $\frac{180}{\pi} \times \frac{7\pi}{8}$ องศา

เท่ากับ 157.5° หรือ 157 องศา 30 ลิปดา

นั่นคือ ข้อ (1) ถูกต้อง

เนื่องจาก 1 องศา เท่ากับ 60 ลิปดา

จะได้ 2,835 เท่ากับ $\frac{2,835}{60} = 47.25$ องศา

นั่นคือ ข้อ (2) ถูกต้อง

9. ตอบ ข้อ 4)

จากโจทย์หาค่า

$$\begin{aligned}\sec(-420^\circ) &= \frac{1}{\cos(-420^\circ)} = \frac{1}{\cos 420^\circ} = \frac{1}{\cos(360^\circ + 60^\circ)} \\ &= \frac{1}{\cos 60^\circ} = \frac{1}{\cos \frac{\pi}{3}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sin(-405^\circ) &= -\sin 405^\circ = -\sin(360^\circ + 45^\circ) \\ &= -\sin 45^\circ = -\sin \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}\end{aligned}$$

$$\text{นั่นคือ } A = \sec(-420^\circ) \sin(-405^\circ) = (2) \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned}\text{และหาค่า } \tan 390^\circ &= \frac{\sin 390^\circ}{\cos 390^\circ} = \frac{\sin(360^\circ + 30^\circ)}{\cos(360^\circ + 30^\circ)} \\ &= \frac{\sin 30^\circ}{\cos 30^\circ} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}\end{aligned}$$

$$\text{นั่นคือ } B = \tan 390^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{ดังนั้น } \frac{A}{B} = \frac{-\sqrt{2}}{\frac{1}{\sqrt{3}}} = -\sqrt{2} \times \sqrt{3} = -\sqrt{6}$$

10. ตอบ ข้อ 2)

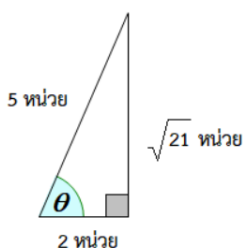
เนื่องจาก $\cos \theta = \frac{2}{5}$ สามารถกำหนดรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่

มีมุมหนึ่งมีขนาดเป็น θ โดยทำนประชิดมุมที่มีขนาด θ

ยาว 2 หน่วย และด้านตรงข้ามมุมฉากยาว 5 หน่วย

จะได้ด้านตรงข้ามมุมที่มีขนาด θ ยาว

$$\sqrt{5^2 - 2^2} = \sqrt{25 - 4} = \sqrt{21} \text{ หน่วย ดังรูป}$$



เนื่องจาก $\cos \theta > 0$ และ $\tan \theta < 0$

จะได้ว่าอยู่ในจุดภาคที่ 4

$$\text{นั่นคือ } \sec \theta = \frac{1}{\cos \theta} = \frac{1}{\frac{2}{5}} = \frac{5}{2}$$

$$\text{และ } \cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \frac{\frac{2}{5}}{-\frac{\sqrt{21}}{5}} = -\frac{2}{\sqrt{21}}$$

$$\text{ดังนั้น } \cot \theta \sec \theta = \left(-\frac{2}{\sqrt{21}}\right) \left(\frac{5}{2}\right) = -\frac{5}{\sqrt{21}} = -\frac{5\sqrt{21}}{21}$$

บรรณานุกรม

- กระทรวงศึกษาธิการ. 2560. **ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้
คณิตศาสตร์(ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน
พุทธศักราช 2551.** กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด.
- จักรินทร์ วรรณโพธิ์กลาง. (ม.ป.ป.). **เฉลยข้อสอบ ENTRANCE 15 พ.ศ. คณิตศาสตร์.** กรุงเทพฯ :
บริษัท ธนัชการพิมพ์ จำกัด.
- พิชิต ฤทธิจรูญ. 2557. **หลักการวัดและประเมินผลการศึกษา.** พิมพ์ครั้งที่ 9. กรุงเทพฯ : แฮสออฟ
เคอร์มิสท์.
- มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลสุวรรณภูมิ. 2553. **คู่มือการจัดการเรียนการสอนที่เน้นผู้เรียนเป็น
สำคัญ.** พระนครศรีอยุธยา : สำนักส่งเสริมงานวิชาการและทะเบียน มหาวิทยาลัย
เทคโนโลยีราชมงคลสุวรรณภูมิ.
- ศศิเกษม สัทธรรมสกุลและเอกสิทธิ์ เกิดกฤษฏานนท์. (ม.ป.ป.). **คู่มือเตรียมสอบ ASORN พิชิต O-
NET คณิตศาสตร์ ม.6.** พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพฯ : บริษัท อักษรเจริญทัศน์ อจท. จำกัด.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2555. **การวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์.**
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2559. **หนังสือเรียน รายวิชาเพิ่มเติม
คณิตศาสตร์ เล่ม 3 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-5 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตาม
หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551.** พิมพ์ครั้งที่ 9. กรุงเทพฯ:
โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2562. **หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม
คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5.** พิมพ์ครั้งที่ 1 .กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์
มหาวิทยาลัย.
- สมนึก ภัททิยธานี. 2553. **การวัดผลการศึกษา.** พิมพ์ครั้งที่ 5. กาฬสินธุ์ : ประสานการพิมพ์.
- อนุวัติ คูณแก้ว. 2558. **การวัดผลและประเมินผลการศึกษาแนวใหม่.** พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพฯ : โรง
พิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.